

Matematiikan perusopintojakso kevät 2001

Laskuharjoitus 13 vk 17

1. Määrää funktion $f(x, y) = x^2 - y^2 - y$ suurin arvo sijoitusmenetelmällä, kun muuttujia x ja y sitoo ehto $x^2 + y^2 = 1$.

2. Etsi Lagrangen menetelmällä funktion $f(x, y) = (x + 1)^2 + y^2 - 1$ mahdolliset ääriarvokohdat, kun muuttujia sitova ehto on $3x^2 + 3y^2 = 48$.

3. Taidekutomo valmistaa suorakulmaisen särmiön muotoisen arkun, jonka päädyt ovat neliöitä. Arkun pystyreunoihin ja sen kannen reunoihin tulee rautakoristelista. Koristelistaa saa kulua korkeintaan 6 m. Määrää suurimman tällaisen arkun mitat ja laske sen tilavuus.

4. Olkoon funktio $f(x, y) = xe^y - ye^x$. Arvioi kokonaisdifferentiaalilla funktion f arvon muutosta siirryttäessä pisteestä $(1, -1)$ pisteeseen $(1, 1; -1, 2)$. Vertaa tulosta oikeaan muutokseen.

5. Fysiikan peruskurssin töissä pitää määrittää äänen nopeus ilmassa. Kun ääniaalto etenee ilmassa vakio-lämpötilassa, voidaan nopeus laskea kaavasta

$$v = \gamma \lambda,$$

missä v on äänen nopeus, γ ääniaallon taajuus ja λ ääniaallon aallonpituus. Eräs oppilas sai mittaustuloksikseen

$$\gamma = 3850 \pm 60 \frac{1}{s} \quad \text{ja} \quad \lambda = 0,0900 \pm 0,0002 \text{ m}.$$

Laske mittaustulosten perusteella äänen nopeus ilmassa virherajoineen. Käytä maksimivirheen arviointiin kokonaisdifferentiaalia.

6. Perustöissä määritetään myös johdinlankojen resistanssia. Ohmin lain mukaan johtimen resistanssi R (Ω) on sen päiden välisen jännitteen U (V) ja sen läpi kulkevan virran I (A) suhde

$$R = \frac{U}{I}.$$

Oppilas mittasi vastuslangan päiden väliseksi jännitteeksi $U = 220 \pm 1,5 V$ ja sen läpi kulkevaksi virraksi $I = 1,20 \pm 0,01 A$. Kuinka suuri oli vastuslangan resistanssi virherajoineen? Käytä kokonaisdifferentiaalia maksimivirheen arvioimiseen.