

Matematiikan perusopintojakso kevät 2001

Laskuharjoitus 2 vk 5

1. Oletaan, että eläinlajin 1 yksilöiden lukumäärä noudattaa funktiota f_1 ja lajin 2 yksilöiden lukumäärä funktiota f_2 ajan t (vuosina) suhteen. Milloin lajien populaatiot ovat yhtä suuret yhden desimaalin tarkkuudella, kun

$$f_1(t) = t^3$$
$$f_2(t) = t + 3.$$

2. Derivoi funktiot

a) $(5x - 3)^3$ b) $\frac{3x}{x^2 + 2x + 5}$ c) $x^2 e^{5x-3}$ d) $\ln(-x^3 - 2x - 1)$ e) $\cos^3 x$

3. Kun soutuvene työnnetään tyynelle järvelle sopivalla voimalla, veneen kulkema matka (metreinä) riippuu ajasta (sekunteina) seuraavasti

$$s(t) = 24(1 - e^{kt}),$$

missä k on ns. venevakio. Ajanlasku aloitetaan työntöhetkestä. Kun aikaa on kulunut 5 s, on vene lipunut 8 m. Kuinka suuri on veneen nopeus tällöin? (Muistathan, että nopeus on matkafunktion ensimmäinen aikaderivaatta.)

4. Puun pituuskasvua H ajan suhteen kuvaa seuraava funktio

$$H = b_1(1 - e^{-b_2 t^{b_3}}),$$

missä $b_1 = 23,2$, $b_2 = 0,0053$ ja $b_3 = 1,38$. Laske puun kasvunopeuden funktio ja määritä ajan hetki, jolloin pituuskasvufunktio H saavuttaa käännepisteensä. Mitä tämä kohta merkitsee puun kasvulle?

5. Suorakulmaisesta levystä, jonka sivut ovat 630 mm ja 480 mm, valmistetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen astia leikkaamalla levyn nurkista yhtä suuret neliöt pois ja taivuttamalla reunat ylös. Kuinka suuret neliöt on leikattava, jotta astian tilavuus olisi mahdollisimman suuri?

6. Elintarvikeliike ostaa tuottajalta purkitettua lammassäilykettä 20 mk/kpl. Liike myy säilykettä 35 mk/kpl ja tällä hinnalla säilykkeiden menekki on 75 kpl kuukaudessa. Liike aikoo alentaa hintaa menekin lisäämiseksi ja onkin arvioinut, että jokaista markan alennusta kohti tuotteen menekki kasvaa 7 kpl/kk. Millä hinnalla säilykettä pitäisi myydä, jotta liike saisi mahdollisimman suuren myyntivoiton? Vastaus 10 pennin tarkkuudella.