

Matematiikan perusopintojakso kevät 2001

Laskuharjoitus 7 vk 10

1. a) Määritä sen tason yhtälö, joka kulkee pisteen $P_0 = (1, 2, -1)$ kautta ja on vektoria $N = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ vastaan kohtisuorassa.
b) Määritä sen tason yhtälö, joka on tason $x + 2y + z = 0$ suuntainen ja kulkee pisteen $(1, 0, 1)$ kautta.

2. a) Missä kulmassa tasot $x + 2y + 2z = 0$ ja $x + 2z = 4$ leikkavat toisensa?
b) Entä missä kulmassa suora $s = P_0 + tK$ ja taso $3x + 2y + 2z = -5$ leikkaavat, kun piste $P_0 = (1, 1, 1)$ ja suoran suuntavektori $K = \hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$.
(Suorayhtälössä P_0 on piste minkä kautta suora kulkee ja vektori K ilmoittaa mihin suuntaan suora kulkee. Muuttujan $t \in \mathbb{R}$ avulla saadaan ratkaistua muut suoran pisteet.)

3. Selitä miksi taso ei voi

- a) sisältää pisteitä $(1,2,3)$ ja $(2,3,4)$ ja olla kohtisuorassa vektoria $N = \hat{i} + \hat{j}$ vastaan?
b) sisältää kaikkia pisteitä $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ ja $(1,1,1)$?
c) sisältää pistettä $(1,1,-1)$, jos tason normaalivektori on $N = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$? Vai voiko?
d) kulkea origon kautta, jos sen yhtälö on $ax + by + cz = 1$?

4. Voima $F = 3\hat{i} - 4\hat{k}$ vaikuttaa pisteessä $P=(1,2,2)$ olevaan kappaleeseen.

- a) Mihin suuntaan kappale liikkuu voiman vaikutuksesta?
b) Jos alkuhetkellä $t=0$ kappale on pisteessä P , niin milloin kappale on lähinnä origoa?

5. Olkoon $P=(1,0,-1)$, $Q=(1,1,1)$ ja $R=(2,2,1)$. Valitse piste S siten, että $PQRS$ on suunnikas ja laske sen pinta-ala. Valitse T , U ja V siten, että $OPQRSTUV$ on suuntaissärmiö ja laske sen tilavuus. (O on origo).

6. Yritys valmistaa yhtä tuotetta. Yksi valmis tuote sisältää raaka-aineita P 3g, Q 2g ja R 7g. Raaka-aineiden kilohinnat ovat 10 mk, 12 mk ja 5 mk. Kuinka paljon sadan tuotteen raaka-ainekustannukset ovat, kun raaka-aine hävikit valmistusprosessissa ovat 5%, 30% ja 10%?