

1. Määrää funktion  $f(x, y) = \ln(x^2 - 2xy + y^2 + 1)$  osittaisderivaatat sekä muuttujan  $x$  että muuttujan  $y$  suhteen. Laske myös  $f_x(-5, 2)$  ja  $f_y(-5, 2)$ . Miten tulkitset nämä tulokset?
2. Määrää funktioiden  $f(x, y) = 2x^3 - 7xy^2 + 6x - 2y + 4$  ja  $f(x, y) = e^{5xy^2}$  kaikki ensimmäisen ja toisen kertaluvun osittaisderivaatat.
3. Määrää funktion  $f(x, y) = 2x^3 - 24xy + 16y^3$  lokaalit ääriarvot.
4. Määrää funktion  $f(x, y) = 2xy^2 - x^3$  lokaalit ääriarvot.
5. Lääkefirma suunnittelee uutta flunssalääkettä. Tavoitteena on minimoida taudin oireiden ja lääkkeen sivuvaikutusten kesto aika. Lääke sisältää kahta vaikuttavaa ainetta A ja B. Tutkimusten perusteella tiedetään, että lääkkeen sisältäessä  $x$  (mg) kemikaalia A ja  $y$  (mg) kemikaalia B, potilaan oireiden keskimääräisen kestoajan  $f$  (vrk) ilmoittaa funktio

$$f(x, y) = x^2 - 20x + 2y^2 - 26y + 2xy + 113.$$

Kuinka paljon kumpaakin vaikuttavaa ainetta pitäisi lääkkeessä olla, jotta kesto aika olisi mahdollisimman pieni? Kuinka pitkä on tämä kesto aika?

6. Taidekutomo valmistaa suorakulmaisen särmiön muotoisen arkun, jonka päädyt ovat neliöitä. Arkun pystyreunoihin ja sen kannen reunoihin tulee rautakoristelistaa. Koristelistaa saa kulua korkeintaan 6 m. Määrää suurimman tällaisen arkun mitat ja laske sen tilavuus.