

1. Määrää funktion $f(x, y) = 2x^2 - 2y^2 - y$ ääriarvokohdat, kun muuttujia x ja y sitova ehto on $x^2 + y^2 = 1$, sekä sijoitusemenetelmällä että Lagrangen menetelmällä.
2. Etsi Lagrangen menetelmällä funktion $f(x, y) = (x + 1)^2 + y^2 - 1$ mahdolliset ääriarvokohdat, kun muuttujia sitova ehto on $3x^2 + 3y^2 = 48$.
3. Olkoon funktio $f(x, y) = xe^y - ye^x$. Arvioi kokonaisdifferentiaalin avulla funktion f arvon muutosta siirryttäessä pisteestä $(0, 9; -0, 9)$ pisteeseen $(1, 2; -1, 3)$. Vertaa tulosta oikeaan muutokseen.
4. Fysiikan peruskurssin töissä pitää määrittää äänen nopeus ilmassa. Kun ääniaalto etenee ilmassa vakiolämpötilassa, voidaan nopeus laskea kaavasta

$$v = \gamma\lambda,$$

missä v on äänen nopeus, γ ääniaallon taajuus ja λ ääniaallon aallonpituus. Eräs oppilas sai mittaustuloksikseen

$$\gamma = 3850 \pm 55 \frac{1}{s} \quad \text{ja} \quad \lambda = 0,0900 \pm 0,0001 \text{ m}.$$

Laske mittaustulosten perusteella äänen nopeus ilmassa virherajoineen. Käytä maksimivirheen arviointiin kokonaisdifferentiaalia.

5. Perustöissä määritetään myös johdinlankojen resistanssia. Ohmin lain mukaan johdinten resistanssi R (Ω) on sen päiden välisen jännitteen U (V) ja sen läpi kulkevan virran I (A) suhde

$$R = \frac{U}{I}.$$

Oppilas mittasi vastuslangan päiden väliseksi jännitteeksi $U = 221 \pm 1,5 V$ ja sen läpi kulkevaksi virraksi $I = 1,22 \pm 0,01 A$. Kuinka suuri oli vastuslangan resistanssi virherajoineen? Käytä kokonaisdifferentiaalia maksimivirheen arvioimiseen.

6. Kurssikyselyn palauttaminen täytettynä.