

1. Onko seuraavilla funktioilla raja-arvo kohdassa $x = 3$? Ovatko funktiot jatkuvia tässä kohdassa?

a) $f(x) = (x^3 + \ln x) e^{2x}$ b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$

2. Oletaan, että eliölajin 1 yksilöiden lukumäärä noudattaa funktiota $f_1(t) = 1 + t^3$ ja lajin 2 yksilöiden lukumäärä funktiota $f_2(t) = t + 3$ ajan t (vuosina) suhteen. Milloin lajien populaatiot ovat yhtä suuret kahden desimaalin tarkkuudella. Käytä apuna Bolzanon lausetta.

3. Derivoi funktiot

a) $f(x) = (6x - 3)^2$ b) $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 2x + 5}$ c) $f(x) = \sqrt{x}e^{5x-3}$
 d) $f(x) = \ln(x^3)$ e) $f(x) = \cos^3 x$.

4. Kun kumivene työnnetään tyynelle järvelle sopivalla voimalla, veneen kulkema matka (metreinä) riippuu ajasta (sekunteina) seuraavasti

$$s(t) = 24(1 - e^{1.25kt}),$$

missä k on ns. venevakio. Ajanlasku aloitetaan työntöhetkestä. Kun aikaa on kulunut $4s$, on vene lipunut $6m$. Kuinka suuri on veneen nopeus tällöin? Muistathan, että nopeus on matkafunktion ensimmäinen aikaderivaatta.

5. Lasten leikkiauton nopeus noudattaa funktiota

$$f(t) = \frac{0.25t^2}{t - 6} + t$$

aikavälillä, joka alkaa kun leikkiauto työnnetään liikkeelle ja päättyy, kun auto pysähtyy. Kuinka monen sekunnin kuluttua työntöhetkestä leikkiauto pysähtyy? Millä aikavälillä leikkiauton nopeus on kiihtyvää? Milloin leikkiauton nopeus alkaa hidastua?

6. Määrää, milloin funktion

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 2$$

kuvaaja on alaspäin ja milloin ylöspäin kupera. Ilmoita myös funktion kuvaajan käännepisteet.