

1. a) Määrää funktion $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ lokaalit ääriarvot ja selvitä ääriarvojen laatu.
- b) Määrää funktion $f(x) = 2x^2 - \ln x$ suurin ja pienin arvo, kun $\frac{1}{e} \leq x \leq 1$.
- c) Derivoi implisiittisesti yhtälö $\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{y}{x}$.

2. Kun kaivoksessa tuotetaan x tonnia hiiltä päivässä, niin tuotantokustannukset (euroissa) ovat

$$C(x) = 2400 + 4,50x - 0,001x^2 + 0,000003x^3.$$

- a) Kuinka paljon maksaa yhden hiilitonnin tuottaminen keskimäärin, kun päivittäin tuotetaan 1000 tonnia hiiltä.
 - b) Mikä on tuotannon rajakustannus, kun päivittäin tuotetaan 1000 tonnia hiiltä.
3. Suorakulmion muotoisesta levystä, jonka sivut ovat 630 mm ja 480 mm, valmistetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen astia leikkaamalla levyn nurkista pois yhtäsuuret neliöt ja taivuttamalla reunat ylös. Kuinka suuret neliöt on kulmista leikattava, jotta syntynyt astia olisi tilavuudeltaan mahdollisimman suuri?
 4. Erään yrityksen tuotantonopeus (kpl/vrk) määräytyy seuraavan funktion mukaan

$$Q(x, y) = 2x^3 + 3x^2y^2 + (1 + y)^3,$$

missä x ja y ovat tuotantoon käytettyjen kahden raaka-aineen vuorokaudessa käytetyt määrät. Tällä hetkellä $x = 30$ (kpl/vrk) ja $y = 20$ (kg/vrk). Arvioi differentiaalin avulla kuinka paljon toisen raaka-aineen käyttöä on muutettava, jos x laskee 0,8 (kpl/vrk) ja tuotantonopeus halutaan säilyttää nykyisellään.

5. Integroi seuraavat funktiot

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x^3 + 5x - 4}{x} \quad \text{c) } f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x \quad \text{d) } f(x) = 2x\sqrt{3x^2 + 4}$$

6. Auto lähtee levosta ja kiihdyttää tasaisesti 12 sekunnissa nopeudeksi 90 (km/h). Auto ajaa tällä nopeudella 30 s, jonka jälkeen se jarruttaa niin, että vauhti hidastuu tasaisesti ja auto pysähtyy 6 sekunnissa. Laske auton tänä aikana kulkema matka.