

HUOM! Laskuharjoitukset salissa **M 352** (3-kerros).

1. Polynomien laskutoimituksia

Esim.

$$p(x) = x^3 - 2x - 5$$

Polynomi syötetään koneelle käskyllä, jossa hakasulkujen välissä ovat polynomin kertoimet alenevassa astejärjestyksessä.

$$\mathbf{p} = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0} \quad -\mathbf{2} \quad -\mathbf{5}]$$

Polynomin juuret saadaan käskyllä

$$\mathbf{roots}(\mathbf{p}) \text{ tai } \mathbf{r} = \mathbf{roots}(\mathbf{p}).$$

Viimeinen käsky sijoittaa polynomin juuret parametrille r , jota voidaan sitten myöhemmin käyttää hyväksi jossain muussa laskutoimituksessa.

Polynomin arvo pisteessä $x = 5$ saadaan käskyllä

$$\mathbf{polyval}(\mathbf{p}, \mathbf{5}) \text{ tai } \mathbf{a} = \mathbf{polyval}(\mathbf{p}, \mathbf{5}).$$

Kahden polynomin p ja q tulo saadaan käskyllä

$$\mathbf{c} = \mathbf{conv}(\mathbf{p}, \mathbf{g}).$$

Polynomi p voidaan jakaa polynomilla q käskyllä

$$[\mathbf{c}, \mathbf{j}] = \mathbf{deconv}(\mathbf{p}, \mathbf{g}).$$

Parametri c saa tällöin arvokseen polynominkertoimet ja j jakojäännöksen kertoimet.

Polynomi voidaan derivoida käskyllä

$$\mathbf{polyder}(\mathbf{p}).$$

Tehtävä

Laske polynomien $p(x) = x^5 + 2x - 7$ ja $q(x) = x^2 - 1$ juuret, arvot pisteessä $x = 3$ ja $x = 5$, tulo, osamäärä ja derivaattojen nollakohdat.

2. Polynomikäyrän sovitus

Määritetään ensin parametreille x ja y arvot (mittaustulokset). Piirretään pisteet koordinaatistoon käskyllä

$$\text{plot}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, '*').$$

Pisteet näkyvät nyt *-merkillä koordinaatistossa. Palataan takaisin komentosisivulle (klikkaa vain hiirellä komentosisivu aktiiviseksi). Nyt voidaan sovittaa polynomi käskyllä

$$\mathbf{p} = \text{polyfit}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{n}),$$

missä n on polynomille haluttu aste. Parametrille p saadaan nyt polynomien kertoimet. Kyseinen käyrä voidaan piirtää samaan kuvaan tähtien kanssa. Tehdään tähdet ensin pysyviksi komennolla

$$\text{hold on.}$$

Tämän jälkeen määritetään x -akselin väli, jonka pisteissä polynomien arvot halutaan piirtää komennolla

$$\mathbf{x2} = -5 : .1 : 5.$$

Tässä komennossa väli on [-5,5] ja tietokone piirtää pisteet 0,1 välein. Vielä tarvitaan käyrälle lauseke ja se saadaan komennolla

$$\mathbf{y2} = \text{polyval}(\mathbf{p}, \mathbf{x2}).$$

Ja sitten piirretään komennolla

$$\text{plot}(\mathbf{x2}, \mathbf{y2}).$$

Tehtävä

Oppilaat laskivat välitunnilla pulkkamäkeä. Aikansa laskettuaan, joku sai päähänsä kysyä missä kohtaa mäessä vauhti oli suurin ja kuinka suuri se tällöin oli. Tämän selvittämiseksi he tekivät kokeen. Oppilat seisoivat metrin välein ja mittasivat ajan, joka kului pulkallalaskijalta laskea lähtöpisteestä heidän kohtaansa. Heidän mittaustuloksensa olivat seuraavanlaiset:

matka (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
aika (s)	1,0	2,8	3,2	3,9	4,2	4,4	4,9	5,3	6,5	8,0	9,8

Tämän pidemmälle heidän taitonsa eivät sitten riittäneetkään, vaan he hakivat apua sinulta. Määritä oppilaille heidän mäkensä nopein kohta ja nopeus, joka pulkallalaskijalla tässä kohdassa on. (Oletetaan kaikki laskijat samanlaisiksi.)

3. *Maple* -ohjelmalla derivoitaessa käsky on

$$\text{diff}(x + 2, x);$$

missä siis ensin ilmoitetaan derivoitava lauseke ja sen jälkeen kerrotaan minkä muuttujan suhteen derivoidaan. Derivoi seuraavat funktiot

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = (6x - 3)^2 & \text{b) } f(x) = \frac{3x}{x^2 - 2x + 5} & \text{c) } f(x) = \sqrt{x}e^{5x-3} \\ \text{d) } f(x) = \ln(x^3) & \text{e) } f(x) = \cos^3 x. & \end{array}$$

4. *Maple* -ohjelmalla integroitaessa käskyt ovat

$$\begin{array}{l} \text{int}(x + 2, x); \\ \text{int}(x + 2, x = -2..5); \end{array}$$

joista ensimmäinen on määräämätön integraali ja toinen määrätty integraali. Samalla tavalla kuin derivoinnin tapauksessa ensin ilmoitetaan integroitava lauseke ja sen jälkeen muuttuja, jonka suhteen integroidaan. Määrättyyn integraaliin lisätään muuttujan jälkeen integroimisväli. Integroi seuraavat funktiot

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} & \text{b) } f(x) = 2x\sqrt{3x^2 + 4} & \text{c) } \int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^6} dx & \text{d) } \int_3^4 \frac{2}{(x-3)^2} dx \\ \text{e) } \int x^2 e^{3x} dx. & & & \end{array}$$