

Matematiikan tietotekniikka

Syksy 2000

Harjoitus 7.

25.10.2000

1. Ratkaise Matlabilla yhtälöryhmä

$$\begin{aligned}3x + 2y + 2z &= 4 \\2x + y + 5z &= 1 \\x + y + z &= 1\end{aligned}$$

2. Tarkastele yhtälöryhmiä

$$\begin{aligned}2x + y &= 2 \\2x + y &= 1\end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned}4x + 2y &= 4 \\2x + y &= 2\end{aligned}$$

Kummallakaan ei ole yksikäsitteistä ratkaisua. Selvitä Matlabilla graafisesti miksi.

3. Paljonko on vektoreiden $(1, 2, 1)^T$ ja $(-4, 3, 7)^T$ välinen kulma (katso esimerkiksi lineaarialgebran moniste)?

4. Muodosta $N \times N$ -matriisi

$$A_N = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega^{-1} & \omega^{-2} & \dots & \omega^{-(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{-(N-1)} & \omega^{-2(N-1)} & \dots & \omega^{-(N-1)(N-1)} \end{pmatrix},$$

missä $\omega = e^{i2\pi/N}$, eri kokonaislukuarvoilla N ja tutki matriisin A_N ominaisarvoja. Kuinka ominaisarvot riippuvat luvusta N ?

5. Nolla-avaruuden laskeminen: Jos USV^T on matriisin A singulaariarvohajotelma, niin eräs nolla-avaruuden kanta saadaan niistä matriisin V sarakkeista, joita vastaavat singulaariarvot ovat nollia. Tee MATLAB-funktio nolla-avaruuden laskemiseksi. Kommentosi tuloksen voit tarkistaa komennon `null` avulla. Testaa esimerkiksi matriisilla

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ohje: Pienimmät singulaariarvot eivät ole välttämättä nollia vaan hyvin pieniä lukuja, esimerkiksi kertaluokkaa 10^{-14} . Aseta jokin kynnsarvo, jota pienemmät singulaariarvot otetaan nollina, esimerkiksi `diag(S) < 0.00000001`.

Palautettava tehtävä Polynomin sovittaminen pistejoukkoon: Pesosen *Lineaarialgebra*-monisteessa on sivuilla 174-177 kuvattu polynomin sovittaminen pistejoukkoon yhtälöryhmän PNS-ratkaisuna. Muodosta MATLAB-funktio, joka annetuille vektoreille s ja t muodostaa monisteessa kuvatun yhtälöryhmän ja ratkaisee sen. Sovitettavan polynomin aste voidaan joko antaa funktiolle tai määrittää se vakioksi. Polynomin kuvaajan piirtämistä varten tutustu komenttoon `polyval`. Funktiosi toiminnan voit tarkistaa `polyfit`-komennon avulla.