

Numeerinen analyysi

Harjoitus 4

1. Olkoon

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1 - x, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Laske $\int_0^1 f(x)dx$ (a) soveltamalla puolisuunnikkasääntöä osavälien lukumäärän ollessa 1 ja 2, (b) korjaamalla (a)-kohdan tulosta kolmasosasäännöllä. Vertaa tuloksia integraalin tarkkaan arvoon ja selitä erot.

2. Viidestoistaosasääntö johdettiin käyttämällä askelpituuksia h ja $h/2$. Johda vastaava sääntö, kun askelpituudet ovat h ja $h/3$.

3. Laske $\int_0^{0.1} \frac{e^x}{1-x} dx$ neljän desimaalin tarkkuudella.

4. Arvioi laskentavirhettä käytettäessä Simpsonin kaavaa integraalin $\int_1^3 f(x)dx$ laskemiseen, kun funktion f arvoissa on 5 oikeaa desimaalia ja osavälien lukumäärä on a) 8, b) 16.

5. Laske $\int_5^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx$ kolmen desimaalin tarkkuudella.