

Numeerinen analyysi

Harjoitus 7

1. Määritä yhtälön $x^3 + 2x - 1 = 0$ reaalin juuri Newtonin iterointimenetelmällä käyttäen Hornerin algoritmia lausekkeen $x^3 + 2x - 1$ ja sen derivaatan arvojen laskemiseen. Anna vastaus viiden desimaalin tarkkuudella.
2. Etsi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x = 0.1x^2 + 0.1y^2 + 0.8 & = F(x, y) \\ y = 0.1x + 0.1xy^2 + 0.8 & = G(x, y) \end{cases}$$

käyttämällä iterointikaavaa

$$\begin{cases} x_{n+1} = F(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = G(x_n, y_n) \end{cases}$$

ja lähtöpistettä $x_0 = y_0 = 0.5$.

3. Suorita kolme iteraatioaskelta Newtonin menetelmällä yhtälöryhmän

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ xy = 0 \end{cases}$$

ratkaisemiseksi käyttämällä lähtöpistettä $x_0 = 0.5, y_0 = 0.1$.

4. Funktiota $\sin(x)$ approksimoidaan Taylorin polynomilla

$$x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Kuinka suureksi on n valittava, jotta välin $0 \leq x \leq 0.5$ jokaisessa pisteessä approksimaation virhe on $< 10^{-5}$?