

Numeerinen analyysi

Harjoitus 8

1. Muodosta seuraavan taulukon arvoista eteenpäin otettujen erotusten kaavio funktiolle $f(x) = \sin(x)$.

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\sin x$	0.00000	0.19867	0.38942	0.56464	0.71736	0.84147

2. Etsi tehtävän 1 avulla $\sin 0.26$ suorittamalla lineaarinen ja kvadraattinen interpolointi. Montako oikeaa desimaalia saat? (Tarkka arvo $\sin 0.26 = 0.25708$).
3. laske $\sin 0.26$ käyttämällä kaavaa (14) arvoilla $n = 3$ ja $n = 4$. Montako oikeaa desimaalia saat?
4. Laske $\sin 0.26$ käyttämällä taaksepäin otettujen erotusten interpolointikaavaa (17) arvoilla $n = 1$ ja $n = 2$. Miksi tulokset ovat huonompia kuin tehtävässä 2?
5. Osoita kaavan (15) avulla, että lineaarisessa interpoloinnissa pätee virhearvio

$$|\epsilon_1(x)| \leq \frac{1}{2}h^2|r(r-1)| \max_{x_0 \leq x \leq x_1} |f''(x)|$$

Sovella tätä tehtävään 2 ja vertaa tulosta todelliseen virheeseen.

6. Todista, että

$$\begin{aligned}\delta^2 f_m &= f_{m+1} - 2f_m + f_{m-1}, \\ \delta^3 f_{m+1/2} &= f_{m+2} - 3f_{m+1} + 3f_m - f_{m-1}.\end{aligned}$$