

Ratkaisu

Lisätään siis piste $(x_4, f(x_4)) = (4, 1)$ edellisen tehtävän pistejoukkoon $(x_0, f(x_0)) = (-2, 2)$, $(x_1, f(x_1)) = (-1, 1)$, $(x_2, f(x_2)) = (1, 1)$ ja $(x_3, f(x_3)) = (3, 2)$ ja etsitään kyseisten pisteiden kautta kulkevaa 4. asteen polynomia $P_4(x)$ muodossa

$$P_3(x) = a_0 + (x - x_0)a_1 + (x - x_0)(x - x_1)a_2 + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)a_3 + (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)a_4.$$

Newtonin interpolaatiopolynomin tapauksessa pisteen lisääminen on yksinkertaista. Käytetään suoraan hyväksi edellä laskettua jaettujen erotusten kaaviota ja lisätään siihen yksi rivi

i	x_i	$f[x_i]$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3}]$	$f[x_i, \dots, x_{i+4}]$
0	-2.0	2.0				
1	-1.0	1.0	-1.0			
2	1.0	1.0	0.0	1/3		
3	3.0	2.0	1/2	1/8	-1/24	
4	4.0	1.0	-1.0	-1/2	-1/8	-1/72

Poimimalla polynomin $P_4(x)$ kertoimet taulukosta saadaan

$$\begin{aligned} P_4(x) &= 2.0 - 1.0(x + 2.0) + 1/3(x + 2.0)(x + 1.0) - 1/24(x + 2.0)(x + 1.0)(x - 1.0) \\ &\quad - 1/72(x + 2.0)(x + 1.0)(x - 1.0)(x - 3.0) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{36}x + \frac{25}{72}x^2 - \frac{1}{36}x^3 - \frac{1}{72}x^4. \end{aligned}$$

