

Ratkaisu

Etsittävänä on siis muotoa $P_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ oleva toisen asteen polynomi siten, että virheen neliösumma

$$S = \sum_{i=1}^6 (y_i - P_2(x_i))^2$$

minimoituu. Minimi löydetään osittaisderivaattojen $\frac{\partial}{\partial a_0}S$, $\frac{\partial}{\partial a_1}S$ ja $\frac{\partial}{\partial a_2}S$ nollakohdista. Muodostettavien normaaliyhtälöiden avulla ongelma pelkistyy matriisiyhtälön

$$AA^T a = Ay$$

ratkaisemiseksi, missä

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & x_5^2 & x_6^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.44 & 2.10 & 2.54 & 3.08 & 3.44 & 3.94 \\ 2.0736 & 4.4100 & 6.4516 & 9.4864 & 11.8336 & 15.5236 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$y = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ f(x_2) \\ f(x_3) \\ f(x_4) \\ f(x_5) \\ f(x_6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.87 \\ 6.84 \\ 6.66 \\ 6.70 \\ 6.83 \\ 7.12 \end{pmatrix}.$$

Yhtälön ratkaisuna saadaan

$$a = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11.311 \\ -3.233 \\ 0.555 \end{pmatrix}.$$

Siis

$$P_2(x) = 11.311 - 3.233x + 0.555x^2.$$

