

Ratkaisu

Luku $\sqrt[3]{5}$ on yhtälön $x^3 - 5 = 0$ ratkaisu. Merkitään $f(x) = x^3 - 5$. Ratkaisu on välillä $[1.5, 2.5]$, sillä $f(1.5) = -1.625 < 0$ ja $f(2.5) = 10.625 > 0$. Koska derivaatta $f'(x) = 3x^2$ on välillä $[1.5, 2.5]$ aidosti positiivinen, ratkaisu on ainoa. Valitaan alkuarvaus $x_0 = 2.0$. Tarkennettu arvaus x_1 saadaan Newtonin kaavan mukaan

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \frac{2x_n^3 + 5}{3x_n^2}. \quad (1)$$

Saadaan $x_1 = 1.75$. Sijoitetaan saatu arvo uudelleen lausekkeeseen (1) ja jatketaan, kunnes arvot ovat halutulla tarkkuudella samoja.

x_n	$f(x_n)$
2.00000000	3.00000000
1.75000000	0.35937500
1.71088435	0.00797280
1.70997643	0.00000424
1.70997595	0.00000003
1.70997595	0.00000003

6. iteraatiokierros ei enää paranna tulosta, joten 8 desimaalin tarkkuudella $\sqrt[3]{5} \approx 1.70997595$.