

# Signaalien matematiikkaa, syksy 2001

## Harjoitus 3

### Harjoitukset salissa M352.

1. Tarkastellaan funktioita

$$f(t) = \cos(22\pi t)$$

$$g(t) = \cos^4(8\pi t)$$

Mikä on näitten jakso? Kuinka iso pitää näytteenottotaajuuden olla, jotta laskostumista (aliasing) ei esiintyisi? Kuinka monta näytettä pitää tällöin (vähintään) ottaa?

2. Tutustu komentoihin `fft` ja `ifft`. Vastaako *Matlabin* käyttämä DFT:n määritelmä luennoilla käytettyä?
3. Tarkastellaan 1. tehtävän funktiota  $g$  ja olkoon sen jakso  $a$ . Otetaan  $g$ :stä näytteitä välillä  $[0, 7a]$ . Millainen  $g$ :n DFT:n pitäisi olla? Laske ja piirrä  $g$ :n DFT. Olkoon sitten  $r$  satunnaisluku väliltä  $(0, a/2)$ . Satunnaislukuja saa komennolla `rand`. Ota  $g$ :stä näytteitä väliltä  $[0, 7a + r]$  ja laske DFT uudelleen. Piirrä kuva. Havaitsemaasi ilmiötä kutsutaan vuodoksi (leakage).
4. 2. harjoituksen 1. tehtävässä laskettiin Fourier-kertoimia. Lasketaan kertoimet DFT:n avulla. Halutaan kertoimet  $c_n$ ,  $|n| \leq 40$  siten, että virhe  $\leq 10^{-4}$ . Kuinka suuri näytteitten määrä  $N$  pitää olla? Kuinka suuri on tällöin virhe kertoimessa  $c_{N/2}$ ? Piirrä kuva.
5. 2. harjoituksen 2. tehtävässä laskettiin Fourier-muunnos. Piirrä saadun muunnosfunktion itseisarvo. Valitaan katkaisutaajuus  $\omega_s$  siten, että  $|\hat{f}(\omega)| \leq 5 \cdot 10^{-4}$ , kun  $\omega \geq \omega_s/2$ . Laske muunnokselle approksimaatio DFT:n avulla. Kuinka suuri pitää  $N$ :n olla, jotta approksimaatio olisi "hyvä" kun  $-\omega_s/2 \leq \omega \leq \omega_s/2$ ? Piirrä kuva.