# Signaalien matematiikkaa, syksy 2001

**Harjoitukset salissa M352.**

## Harjoitus 7

1. Olkoon $y(t) = f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)g(t-s)ds$. Onko mahdollista, että $y$ on nollafunktio, vaikka $f$ ja $g$ eivät ole nollafunktioita? Olkoon sitten $f_1$ ja $g_1$ $a$-jaksollisia funktioita, ja muodostetaan jaksollinen konvoluutio $y_1(t) = f_1 * g_1 = \int_0^a f_1(s)g_1(t-s)ds$. Onko mahdollista, että $y_1$ on nollafunktio, vaikka $f_1$ ja $g_1$ eivät ole nollafunktioita? Vihje: pohdi asiaa Fourier-analyysin avulla.

2. Tarkastellaan 6. harjoituksen tehtävässä 3 olleita funktioita $f_1$, $g_1$ ja $y_1$. Matlabissa ei ole suoraan komentoa, joka laskisi jaksollisen konvoluution, mutta se saadaan seuraavasti komennon toeplitz avulla. Olkoon siis $f_1$:n näytevektori $f$ (vastaavasti $g$ ja $y$(. Haluttaisiin siis laskea

$$y = f * g \quad \longleftrightarrow \quad y_n = b \sum_{k=0}^{N-1} f_k g_{n-k}$$

missä siis $b$ on näytteittenottoväli eli tässä tapauksessa $b = 2/N$. Koska konvoluutio on lineaarinen operaatio, niin $y$ saadaan kertomalla vektoria $g$ eräällä matriisilla, joka muodostetaan vektorista $f$. Tarkista, että seuraavat komennot antavat oikean matriisin, ja vektorin $y$.

```
n=length(f)
ma=toeplitz(f,[f(1),f(n:-1:2)])
y=ma*g
```

Vertaa näin saatua tulosta 6. harjoituksessa integroimalla saatuun tarkkaan ratkaisuun.

Laske sitten $y$ myös DFT:n avulla, ja vertaa jälleen laskenta-aikoja, kuten 6. harjoituksen viimeisessä tehtävässä.

Yleisesti ottaen matriisi $A$ on *Toeplitz-matriisi*, jos on olemassa parametrit $b_k$ siten, että $a_{ij} = b_{i-j}$. $A$ on *Hankel-matriisi*, jos $a_{ij} = b_{i+j}$. Matlabissa on myös komento hankel. Tarkista, että äskeisen matriisin saa myös seuraavasti:

```
ma=fliplr(hankel([f(2:n),f(1)],f))
```