

Todennäköisyyslaskenta kevät 2002, harjoitus 4

1. Kahta noppaa heitetään. Laske todennäköisyys tapahtumille
 - (a) pistelukujen summa on korkeintaan 8,
 - (b) kumpikin pisteluvuista on parillinen,
 - (c) kumpikin pisteluvuista on pienempi kuin 4,
 - (d) ainakin toinen luvuista on korkeintaan 3?
2. Pokerissa jaetaan viisi korttia tavallisesta pakasta (52 korttia). Mikä on perusjoukko ja mitkä ovat seuraavien tapausten todennäköisyydet:
 - (a) kaikki kortit samasta maasta,
 - (b) ainakin yksi pari,
 - (c) kolme saman numeroista korttia,
 - (d) neljä saman numeroista korttia.
3. Osoita, että todennäköisyysvaruuden $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ tapahtumilla A ja B pätee
$$\mathbf{P}(A) \leq 1 - \mathbf{P}(A^C \cap B^C) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B)$$
4. Osoita, että todennäköisyysvaruuden $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ tapahtumilla A ja B pätee
$$1 - \mathbf{P}(A^C) - \mathbf{P}(B^C) \leq \mathbf{P}(A \cap B) \leq \mathbf{P}(A)$$
5. Eräessä kaupungissa ilmestyy kolme sanomalehteä (A, B ja C) säännöllisesti 7 kertaa viikossa. Aikuisväestön lukutottumuksia tutkittaessa havaittiin, että näitä lehtiä luettiin seuraavasti:

A: 20%	B: 16%	C: 14%
A ja B: 8%	A ja C: 5%	B ja C: 4%
A ja B ja C: 2%		

Aikuisväestöstä valitaan umpimähkää henkilö. Millä todennäköisyydellä hän

- (a) ei lue säännöllisesti mitään näistä lehdistä,
(b) lukee säännöllisesti A:ta, mutta ei B:tä eikä C:tä?
6. Kymmenen henkilön nimet on kirjoitettu lapuille. Laput sekoitetaan ja jaetaan henkilöille takaisin. Mikä on todennäköisyys, ettei yksikään saa omaa nimeään? (vinkki: luentojen esimerkki hatuista)
7. Shakkilaudalle asetetaan umpimähkään eri ruutuihin 8 tornia. Mikä on todennäköisyys, että mikään torni ei uhkaa toista tornia (eli millään vaaka- tai pystyrivillä ei ole kahta tornia)?