

## Todennäköisyyslaskenta kevät 2002, harjoitus 9

Vinkki: Kannattaa muistella diskreettejä satunnaismuuttujia ainakin tehtävissä 6 ja 9.

1. Tutki, voidaanko vakio  $c$  valita siten, että  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  on jonkin satunnaismuuttujan tiheysfunktio, kun

(a)

$$f(x) = c(2 - x), \quad x \in ]0, 2[ ,$$

(b)

$$f(x) = \frac{c}{x}, \quad x > 0,$$

(c)

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-2x}, & \text{kun } x > 0 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

2. Jatkoa edelliseen tehtävään: Jos vakio  $c$  voidaan määrätä, niin johda vastaava kertymäfunktio tapauksissa (a), (b) ja (c).
3. Määritä  $\mathbf{E}(X)$ , kun satunnaismuuttujalla  $X$  on jatkuva jakauma tiheysfunktiona  $f$ ,

(a)  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|} \quad (x \in \mathbb{R})$

(b)  $f(x) = \frac{8}{x^3}, \quad (x > 2),$

4. Valitaan väliltä  $]0, 2[$  umpimähkään reaaliluku  $X$ . Laske todennäköisyys tapahtumille

(a) reaaliluvun  $X$  ensimmäinen desimaali on 3,

(b) reaaliluvun  $X$  toinen desimaali on 3,

(c) reaaliluvun  $X$  ensimmäinen ja toinen desimaali on 3.

5. Komponentin kesto aika noudattaa normaalijakaumaa parametrein  $\mu = 160$  (vrk) ja  $\sigma^2$ . Tehtaan johto haluaa taata, että

$$\mathbf{P} \{120 < X < 200\} \geq 0.80.$$

Koska  $\sigma$ :n pienentäminen aiheuttaa kustannuksia, niin etsi suurin ko. ehdon täyttävä  $\sigma$ .

6. Vuotuinen sademäärä eräällä alueella on riippumaton edellisten vuosien sademääristä ja noudattaa normaalijakaumaa  $N(90, 81)$ . Mikä on todennäköisyys, että tästä vuodesta lähtien kestää yli kymmenen vuotta, ennenkuin alueen sademäärä on yli 110 cm.
7. Tehdas valmistaa tuotetta, jonka kesto aika kulutuksessa (vuosissa laskettuna) on jakaumaltaan  $Exp(\lambda)$ ,  $\lambda > 0$ . Tehtaan johto voi säädellä parametria  $\lambda$ . Mikä arvon  $\lambda$  tulisi olla, jotta todennäköisyys, että kesto aika olisi korkeintaan 3 vuotta, olisi vähintään 0.5? Mikä Tällöin olisi odotusarvo?
8. Asiakkaalta pankissa kuluva aika on jakaumaltaan  $Exp\left(\frac{1}{10}\right)$  yksikkönä minuutti.
- (a) Millä todennäköisyydellä asiakas viipyy pankissa yli 15 minuuttia?
- (b) Millä todennäköisyydellä 10 minuuttia pankissa ollut asiakas viipyy vielä 15 minuuttia?
9. Eräässä väestössä mieshenkilön pituus on sm  $X$ , joka noudattaa normaalijakaumaa;  $\mu = 178$ ,  $\sigma = 5$  (yksikköinä cm). Oletetaan, että 5 miestä valitaan umpimähkään väestöstä. Millä todennäköisyydellä kaikki ovat pituudeltaan alle 188 cm?