

## Todennäköisyyslaskenta kevät 2002, harjoitus 3

1. Tarkastellaan todennäköisyysavaruuden  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$  kolmea tapausta  $A, B$  ja  $C$ . Selvitä, miten seuraavia tapauksia merkitään:
  - (a) vain  $A$  sattuu,
  - (b) molemmat  $A$  ja  $B$  sattuvat, mutta  $C$  ei satu,
  - (c) ainakin yksi tapahtumista  $A, B$  tai  $C$  sattuu,
  - (d) kaikki tapahtumat  $A, B$  ja  $C$  sattuvat,
  - (e) ei mikään tapahtumista  $A, B$  ja  $C$  satu,
  - (f) korkeintaan yksi tapahtumista  $A, B$  ja  $C$  sattuu,
  - (g) korkeintaan kaksi tapahtumista  $A, B$  ja  $C$  sattuu,
  - (h) täsmälleen kaksi tapahtumista  $A, B$  ja  $C$  sattuu,
  - (i) korkeintaan kolme tapahtumista  $A, B$  ja  $C$  sattuu.
2. Laske todennäköisyys sille, että ympyrän jänne on pitempi kuin ympyrän sisään piirretyn tasasivuisen kolmion sivu, kun
  - (a) ympyrän kehältä valitaan sattumanvaraisesti kaksi pistettä ja jänne piirretään pisteiden väliin.
  - (b) valitaan ympyrän kehältä yksi piste ja toinen piste sattumanvaraisesti ympyrän sisältä ja jänne piirretään ympyrän sisällä olevan pisteen kautta päätepisteensä kehällä oleva piste.
3. Olkoon  $A$  ja  $B$  todennäköisyysavaruuden  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$  tapahtumia, joille  $\mathbf{P}(A) = 0.5, \mathbf{P}(B) = 0.6$  sekä  $\mathbf{P}(A \cap B) = 0.3$ . Lausu seuraavat tapahtumat suullisesti ja laske niiden todennäköisyydet
  - (a)  $A \cup B$ ,
  - (b)  $A \setminus B$ ,
  - (c)  $B^C$ ,
  - (d)  $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$

4. Todista Lause 2.3.8 tapauksessa, jossa  $n = 3$ . Eli todista seuraava:  
Olkoon  $A_i \in \mathcal{F}$  ja  $i = 1, 2, 3$ , tällöin

$$\mathbf{P}(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}(A_i) - \sum_{i < j} \mathbf{P}(A_i \cap A_j) + \mathbf{P}(A_1 \cap A_2 \cap A_3).$$

5. Muodosta todennäköisyysavaruus kokeesta, jossa yhtä symmetristä 6-sivuista noppaa heitetään yhden kerran.
6. Millä todennäköisyydellä 40 satunnaisesti valitun henkilön joukossa ainakin kahdella on sama syntymäpäivä? (Voit unohtaa karkausvuodet ja olettaa vuodessa olevan 365 päivää)
7. Opiskelija on luvannut tulla tapaamaan luennoijaa vastaanottoaikana klo 11.00 ja 12.00 välisenä aikana. Luennoija joutuu poistumaan klo 11.00-11.10 väliseksi ajaksi. Mikä on todennäköisyys, että opiskelija ei joudu odottamaan?