

## Todennäköisyyslaskenta kevät 2002, harjoitus 7

1. Noppaa heitetään kaksi kertaa ja heitot ovat toisistaan riippumattomia. Laske seuraavien satunnaismuuttujien pistetodennäköisyysfunktio, kertymäfunktio ja odotusarvo.

(a)  $X$  = ”heittojen silmälukujen maksimi”

(b)

$$X((i, j)) = \begin{cases} 2i + 2j, & \text{jos } i = j \\ i + j, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

2. Noppaa heitetään kaksi kertaa ja heitot ovat toisistaan riippumattomia. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet käyttäen Huomautusta 3.1.7.

(a) Mikä on todennäköisyys, että heittojen silmälukujen maksimi on 2, 3 tai 4?

(b) Millä todennäköisyydellä maksimi on aidosti suurempi kuin 4?

(c) Millä todennäköisyydellä maksimi on aidosti pienempi, kuin 2?

(d) Millä todennäköisyydellä maksimi on täsmälleen 6?

3. Vertaile binomijakauman ja Poisson'n jakauman arvoja seuraavissa tapauksissa

(a)  $\mathbf{P}\{X = 2\}$ , kun  $n = 8$  ja  $p = 0.1$ ,

(b)  $\mathbf{P}\{X = 9\}$ , kun  $n = 10$  ja  $p = 0.95$ ,

(c)  $\mathbf{P}\{X = 0\}$ , kun  $n = 10$  ja  $p = 0.1$ ,

(d)  $\mathbf{P}\{X = 4\}$ , kun  $n = 9$  ja  $p = 0.2$ .

4. Henkilö hapuilee avainippuaan ulko-ovella. Nipussa on  $n$  avainta, joista yksi sopii oveen. Olkoon  $X$  sen kerran järjestysluku, jolloin ovi aukeaa. Laske satunnaismuuttujan  $X$  pistetodennäköisyysfunktio ja kertymäfunktio olettaen, että henkilö valitsee avaimen umpimähkään (valinnat riippumattomia) ja

(a) muistaa mitä avaimia hän on turhaan yrittänyt,

(b) ei muista mitä avaimia hän on turhaan yrittänyt.

5. Ruletissa on 38 numeroa: numerot 1 – 36, 0 ja 00. Pelaaja lyö vetoa, että tulos on yksi numeroista 1 – 10. Millä todennäköisyydellä hän
- (a) häviää 5 ensimmäistä kierrosta,
  - (b) saa ensimmäisen voittonsa neljännellä kierroksella?
6. Laske todennäköisyys, että  $X$  on parillinen, jos
- (a)  $X \sim Bin(n, p)$
  - (b)  $X \sim Geom(p)$
  - (c)  $X \sim Poisson(\lambda)$
7. Oletetaan, että lentokoneen moottorit rikkoutuvat todennäköisyydellä  $1 - p$  toisistaan riippumatta. Mikä on 5-moottorisen koneen toimivien moottoreiden odotusarvo? Jos lentokone tarvitsee puolet moottoreistaan pystyäkseen onnelliseen lentoon, niin millä todennäköisyyden  $p$  arvolla 5-moottorinen kone on turvallisempi kuin 3-moottorinen?