

Todennäköisyyslaskenta

10. harjoitus 2004

1. Olkoot X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat jakaumaa $\text{Geom}(p)$. Muodosta satunnaismuuttujan $Z = X + Y$ pistetodennäköisyysfunktio.
2. Olkoot X_1 ja X_2 riippumattomia satunnaismuuttujia siten, että $X_1 \sim N(0, 1)$ ja $X_2 \sim N(0, 1)$. Laske $P\{0 < \max(X_1, X_2) < 1\}$ ja $P\{0 < \min(X_1, X_2) < 1\}$.
3. Olkoot X_1 ja X_2 riippumattomia satunnaismuuttujia, jotka noudattavat $\text{Tas}(0, 1)$ -jakaumaa. Laske satunnaismuuttujan $\min(X_1, X_2)$ odotusarvo.
4. Avaruusaluksessa on kolme kameraa, joiden toiminta-ajat ovat riippumattomia $\text{Exp}(\lambda)$ -jakautuneita satunnaismuuttujia.
 - a) Mikä on todennäköisyys, että kaikki kamerat toimivat ajan $t (> 0)$ kuluttua?
 - b) Olkoon T viimeisen kameran sammumishetki. Johda T :n kertymä- ja tiheysfunktio. (Vastaus: $F(t) = (1 - e^{-\lambda t})^3$.)
5. Olkoot X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia, $X \sim \text{Exp}(\lambda_1)$, $Y \sim \text{Exp}(\lambda_2)$, missä $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Johda satunnaismuuttujan $Z = X + Y$ tiheysfunktio.
6. Olkoot X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia, $X \sim \text{Tas}(0, a)$ ja $Y \sim \text{Tas}(0, b)$. Johda satunnaismuuttujan $Z = X + Y$ tiheysfunktio.
7. Olkoot X ja Y riippumattomia positiivisia satunnaismuuttujia tiheysfunktioina f_1 ja f_2 . Johda osamäärän

$$Z = \frac{Y}{X}$$

tiheysfunktio. (Ohje: Ota mallia Lauseen 4.7.13. todistuksesta.)