

## Todennäköisyyslaskenta

### 12. harjoitus 2004

- Todista, että
  - $1_{A^c} = 1 - 1_A$ ,
  - $1_{A \cap B} = 1_A 1_B$ ,
  - $1_{A \cup B} = 1_A + 1_B - 1_A 1_B$ .
- Olkoon  $A$  tapahtuma. Laske  $\text{corr}(1_A, 1_{A^c})$ .
- Erästä väestöstä 44% kuuluu veriryhmään A, 17% ryhmään B, 8% ryhmään AB ja 31% ryhmään O. Väestöstä valitaan umpimähkään  $n$  henkilöä. Määritä otoksessa esiintyvien veriryhmien lukumäärän odotusarvo ja sen likiarvo tapauksissa  $n = 4, n = 10$ . (Vastaus: likiarvot ovat 2,48 ja 3,38.)
- Jokaisella lottokierroksella tulos on joukon  $\{1, 2, \dots, 39\}$  umpimähkään valittu 7-alkioinen osajoukko. Olkoon  $X$   $n$ :llä kierroksella esiintyneiden eri lukujen lukumäärä. Laske  $E(X)$ .  
(Vastaus:  $39(1 - p)$ , missä  $p = (\frac{32}{39})^n$  )
- Laske edellisen tehtävän satunnaismuuttujan  $X$  varianssi.  
(Vastaus:  $39p(1 - p) - 39 \cdot 38p(p - q)$ , missä  $p$  on kuten edellä ja  $q = (\frac{31}{38})^n$  )
- Viidentoista arvan joukossa on kolme, joilla voittaa 10 euroa, ja neljä, joilla voittaa 2 euroa. Loput arvat ovat tyhjiä. Olkoon  $X$  "kaksi arpaa ostavan henkilön voittosumma". Esitä  $X$  indikaattorien lineaarikombinaationa ja laske  $E(X)$ .
- Määritä  $X$ :n  $p$ -fraktiili tapauksissa  $p = 0.5, 0.75, 0.99$ , kun a)  $X \sim \text{Tas}(0, 1)$ ,  
b)  $X \sim \text{Exp}(2)$ , ja c)  $X \sim N(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ .