

Todennäköisyyslaskenta
13. harjoitus 2004

1. Olkoot X_1, \dots, X_{10} riippumattomia $\text{Tas}(-1, 1)$ -jakaumaa noudattavia satunnaismuuttujia. Määritä normaaliapproksimaation avulla todennäköisyyden

$$P\left\{\sum_{k=1}^{10} X_k > 2\right\}$$

likiarvo.

2. Olkoot X_1, \dots, X_{100} riippumattomia $\text{Exp}(1)$ -jakaumaa noudattavia satunnaismuuttujia. Määritä normaaliapproksimaation avulla todennäköisyyden

$$P\left\{\sum_{k=1}^{100} X_k > 90\right\}$$

likiarvo.

3. Omenoita pakataan laatikkoon. Yhden omenan painon odotusarvo on 200 g ja varianssi 400 g². Pakkaaminen lopetetaan heti, kun omenien yhteispaino on vähintään 10 kg. Määritä normaaliapproksimaatiota käyttäen $P\{N \leq 49\}$, missä N on laatikkoon sijoitetuksi tulleiden omenien lukumäärä. (Vastaus: 0,077)
4. Asiakkaan ostosten summa pyöristetään lähimpään 5 senttiin. Yhden asiakkaan pyöristysvirheestä liikkeenharjoittajalle koitua tappio on satunnaismuuttuja, joka saa arvot $-2, -1, 0, 1, 2$ kunkin todennäköisyydellä 0,2. Olkoon X 10000 asiakkaan aiheuttama kokonaistappio. Laske normaaliapproksimaation avulla todennäköisyyden $P\{X > 2 \text{ euroa}\}$ kolmidesimaalinen likiarvo. (Vastaus: 0,078)
5. Rahaa heitetään 80 kertaa. Olkoon X klaavojen lukumäärä. Laske todennäköisyyden $P\{45 \leq X \leq 55\}$ likiarvo normaaliapproksimaation avulla.
6. Noppaa heitetään sata kertaa. Olkoon X silmälukujen summa. Laske todennäköisyyden $P\{X < 300\}$ likiarvo normaaliapproksimaation avulla.
7. Koetta, jossa heitetään kahta rahaa, toistetaan n kertaa. Olkoon X_n niiden kokeiden suhteellinen frekvenssi, joissa saadaan ainakin yksi kruunu. Laske todennäköisyyden $P\{0,7 < X_n < 0,8\}$ likiarvo normaaliapproksimaatiolla tapauksissa a) $n = 75$, b) $n = 300$ ja c) $n = 750$. (Tässä voit unohtaa jatkuvuuskorjauksen.) (Vastaukset: a) 0.683 b) 0.955 c) 0,999)