

Todennäköisyyslaskenta

3. harjoitus 2004

1. Määritä pistetodennäköisyydet $p_i = P(\{i\})$, kun perusjoukko $\Omega = \{1, 2, \dots, 10\}$ ja p_i on suoraan verrannollinen lukuun i . Laske todennäköisyydet tapahtumille $A =$ ”tulos on suurempi kuin 6” ja $B =$ ”tulos on kokonaisluvun neliö”.

2. Heitetään painotettua nelitahokasta ja tarkkaillaan, mikä sivutahkoista 1, 2, 3, 4 esiintyy (eli on lattiaa vasten heiton jälkeen). Pitkissä koesarjoissa on havaittu, että eri sivutahkojen esiintymiskertojen lukumäärien suhteet ovat

$$2 : 3 : 4 : 5.$$

Muodosta koetta kuvaava todennäköisyysavaruus.

3. Henkilöt A ja B asettuvat 6 muun henkilön kanssa jonoon täysin umpimähkäisesti. Millä todennäköisyydellä A:n ja B:n välissä on enintään 2 henkilöä?

4. Korttipakasta vedetään 5 korttia ilman takaisinpanoa. Millä todennäköisyydellä saadaan ainakin yksi ässä ja ainakin yksi kuningas?

5. Korttipakasta jaetaan umpimähkään viiden kortin käsi. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

- a) Kaksi samaa arvoa, muut eri arvoja (*pari*).
- b) Kolme samaa arvoa, muut eri arvoja (*kolmoset*).
- c) Neljä samaa arvoa (*neloaset*).
- d) Kaksi paria.

6. 10 arvasta 2 on voittoarpoja. Millä todennäköisyydellä umpimähkään valitun 5 arvan joukossa on

- a) täsmälleen yksi voittoarpa,
- b) molemmat voittoarvat,
- c) vähintään yksi voittoarpa?

7. Opiskelijajoukosta, jossa on 15 naista ja 10 miestä valitaan umpimähkään 6 henkilöä haastattelututkimukseen, jonka tarkoituksena on selvittää opiskeluasenteita. Laske todennäköisyydet, että valittujen joukossa a) on ainakin yksi mies, b) on yhtä monta naista ja miestä.

8. Laatikosta, jossa on 12 valkoista ja 8 mustaa palloa, nostetaan umpimähkään ilman takaisinpanoa 7 palloa. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

a) $A =$ ”saadaan ainakin kaksi valkoista palloa”, b) $B =$ ”pallot ovat keskenään samanvärisiä” ja c) $C =$ ”saadaan sekä valkoisia että mustia palloja”.

9. Joukosta E , jossa on N alkiota, otetaan $n:n$ alkion satunnaisotos. Laske todennäköisyys, että tietty alkio $a \in E$ on mukana otoksessa, kun otanta tapahtuu a) ilman takaisinpanoa, b) takaisinpanolla.