

## Todennäköisyyslaskenta

### 5. harjoitus 2004

1. Sanoista SCHMERZ ja KULUMISURIA valitaan ensin toinen ja sen jälkeen valitusta sanasta yksi kirjain. Kirjain osoittautuu vokaaliksi. Mikä on tällä ehdolla todennäköisyys, että valittu sana oli suomenkielinen?
2. Kahta noppaa heitetään. Tarkastellaan tapahtumia  $A =$  ”silmlukujen summa on 10” ja  $B =$  ”1. nopan silmluku on 5”. Ovatko  $A$  ja  $B$  riippumattomia?
3. Osoita, että jos tapahtumat  $A, B, C$  ja  $D$  ovat riippumattomia, niin myös tapahtumat  $A \cup B$  ja  $C \setminus D$  ovat riippumattomia.
4. Tehdas valmistaa tuotetta, jossa esiintyy kolmea virhettä:  $A, B$  ja  $C$ . Virheet esiintyvät toisistaan riippumatta todennäköisyyksin  $P(A) = 0.1, P(B) = 0.05$  ja  $P(C) = 0.01$ . Mikä on todennäköisyys, että tuotteessa esiintyy
  - a) kaikki kolme virhettä,
  - b) ei yhtään virhettä,
  - c)  $B$  tai  $C$ , mutta ei  $A$ ,
  - d) korkeintaan yksi virhe?
5. Pelaajan todennäköisyys onnistua koripallon vapaaheitossa on 80%. Laske todennäköisyydet, että kolmesta vapaaheitosta  $i$  onnistuu,  $i = 0, 1, 2, 3$ .
6. a) Olkoon toistokokeessa onnistumisen todennäköisyys  $p$ . Millä todennäköisyydellä onnistutaan  $k$ :nnen kerran  $n$ :nnellä toistolla? b) Tarkastellaan rahanheittoa. Laske a)-kohdassa johtamallasi kaavalla todennäköisyys, että klaava esiintyy 50. kerran sadannessa heitossa.
7. Pelaajat  $a$  ja  $b$  heittävät epäsymmetristä rahaa 5 kertaa. Kruunun todennäköisyys on 0,6 ja klaavan 0,4. Jos tulos on ”kruunu”  $a$  saa  $b$ :ltä euron ja jos tulos on ”klaava”  $b$  saa  $a$ :lta euron. Laske todennäköisyys, että  $a$  jää voitolle.
8. (Banachin tulitikkuprobleema) Henkilöllä on mukanaan kaksi tulitikkulaatikkoa. Tarvitessaan tulitikkua hän ottaa sen umpimähkään valitsemastaan laatikosta. Eräänä aamuna kummassakin laatikossa on  $n$  tulitikkua. Laske todennäköisyys, että henkilön yrittäessä ensimmäistä kertaa ottaa tikkua tyhjästä laatikosta toisessa on  $r$  tikkua jäljellä. Numeroesimerkki:  $n = 50$  ja  $r = 0$ .
9. Olkoon  $n$ -kertaisessa toistokokeessa onnistumisen todennäköisyys  $p$ . Millä todennäköisyydellä onnistumiskertojen lukumäärä on parillinen? (Ohje: Olkoon  $q = 1 - p$ . Kehitä  $(p + q)^n$  ja  $(-p + q)^n$  binomikaavan avulla.)