

Todennäköisyyslaskenta

6. harjoitus 2004

1. Noppaa heitetään kahdesti ja heitot ovat toisistaan riippumattomia. Muodosta seuraavien satunnaismuuttujien pistetodennäköisyysfunktiot
 - a) heittojen silmälukujen maksimi,
 - b) heittojen silmälukujen minimi,
 - c) heittojen silmälukujen summa.
2. Rahaa heitetään, kunnes sekä kruunu että klaava ovat esiintyneet ainakin kaksi kertaa. Olkoon X sen kerran järjestysnumero, jolla peli päättyy. Johda X :n ptnf ja kertymäfunktio.
3. Vertaile binomijakauman ja Poissonin jakauman arvoja seuraavissa tapauksissa
 - a) $P\{X = 2\}$, kun $n = 8$ ja $p = 0.1$,
 - b) $P\{X = 9\}$, kun $n = 10$ ja $p = 0.95$,
 - c) $P\{X = 0\}$, kun $n = 10$ ja $p = 0.1$,
 - d) $P\{X = 4\}$, kun $n = 9$ ja $p = 0.2$.
4. Ruletissa on 38 numeroa: numerot 1–36, 0 ja 00. Pelaaja lyö vetoa, että tulos on yksi numeroista 1–12. Millä todennäköisyydellä hän
 - a) saa ensimmäisen voittonsa kolmannella kierroksella,
 - b) häviää viisi ensimmäistä kierrosta?
5. Mitä jakaumaa satunnaismuuttuja X noudattaa, kun X on
 - a) viallisten tuotteiden lukumäärä laatikossa, johon on pakattu 50 tuotetta ja yksittäinen tuote on viallinen 6%:n todennäköisyydellä,
 - b) ässien lukumäärä, kun vedetään pakasta 13 korttia ilman takaisinpanoa,
 - c) tietyssä lokerossa olevien pallojen lukumäärä (n palloa, k lokeroa),
 - d) heittojen lukumäärä kahden nopan heitossa ennen kuin saadaan ensimmäinen kuutospari?
6. Lentoyhtiö tietää kokemuksesta, että keskimäärin 5% paikan varanneista jää saapumatta koneeseen. Siksi yhtiö myykin 257 lippua koneeseen, johon mahtuu 250 matkustajaa. Millä todennäköisyydellä jokainen koneeseen saapuva saa paikan?
7. Ratkaise edellinen tehtävä korvaamalla poisjäävien lukumäärän jakauma sopivalla Poisson-jakaumalla.
8. Olkoon $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$. Mikä on todennäköisyys, että X on parillinen? (Ohje: Käytä hyväksi funktioiden e^λ ja $e^{-\lambda}$ sarjakehitelmiä.)