

Todennäköisyyslaskenta

7. harjoitus 2004

- Herra K lähettää ystävälleen kaksi kirjaa, joiden arvot ovat 20 euroa ja 50 euroa. Paketti katoaa 10% todennäköisyydellä. Herra K aprikoi, lähettääkö kirjat yhtenä vai kahtena pakettina. Vertaile menetelmiä laskemalla
 - katoamisesta johtuvan tappion odotusarvo,
 - todennäköisyys, että ystävä saa ainakin toisen kirjan,
 - todennäköisyys, että ystävä saa molemmat kirjat.
- Tikkataulu muodostuu samankeskeisistä r -, $2r$ -, \dots , $10r$ -säteisistä ympyröistä, joista muodostuva uloin ympyrärengas antaa yhden pisteen, seuraava 2 pistettä jne. Keskellä oleva ympyrä antaa 10 pistettä. Oletamme, että tauluun heitettäessä osa-alueen todennäköisyys on verrannollinen sen pinta-alaan. Määritä yhdellä tauluun osuvalla tikalla saatavan pisteluvun odotusarvo.
- Postitoimistoon saapuu vuosittain keskimäärin 1017 osoitteentonta kirjettä. Olkoon X niiden päivien lukumäärä vuoden aikana, joina postitoimistoon saapuu korkeintaan yksi osoitteeton kirje. Laske $E(X)$.
- Tutki, voidaanko vakio c määrätä siten, että $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on jonkin satunnaismuuttujan tiheysfunktio, kun
 - $f(x) = c(2 - x)$, $x \in]0, 2[$,
 - $f(x) = c/x$, $x > 0$,
 - $f(x) = ce^{-2x}$, $x > 0$,ja $f(x) = 0$ muilla x :n arvoilla.
- Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{2}(2 - x), \text{ kun } x \in]0, 2[,$$

ja $f(x) = 0$ muilla x :n arvoilla. Johda X :n kertymäfunktio.

- Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio $f(x) = \frac{c}{x^2}$, kun $x > 1$, ja $f(x) = 0$ muilla x :n arvoilla.
 - Määritä vakio c ,
 - johda kertymäfunktio,
 - laske $P\{1 < X < 2\}$.
- Väliltä $]0, 1[$ valitaan umpimähkän reaalityttö, joka on satunnaismuuttuja X . Laske käyttämällä tasaista jakaumaa todennäköisyydet tapahtumille
 - X :n ensimmäinen desimaali on 3,
 - X :n toinen desimaali on 3,
 - X :n ensimmäinen ja toinen desimaali ovat 3.
- Henkilön odotusaika bussiin jakaantuu tasaisesti välille $]0, 10[$ yksikkönä minuutti. Laske todennäköisyys, että 4 minuuttia turhaan odottanut henkilö joutuu odottamaan vielä x minuuttia.