

Todennäköisyyslaskenta

9. harjoitus 2004

- Laske $E(2X + 1)$, kun
 - $X \sim \text{Tas}(a, b)$,
 - $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,
 - $X \sim \text{Exp}(\lambda)$.
- Satunnaismuuttuja X saa arvot $-1, 0, 1$ ja 2 todennäköisyyksin $\frac{1}{4}$. Laske X :n varianssi.
- Virheetöntä rahaa heitetään viisi kertaa. Laske kruunujen lukumäärän varianssi käyttämällä
 - Lauseen 4.6.6 kaavaa,
 - Lausetta 4.6.7.
- Laske satunnaismuuttujan X odotusarvo ja varianssi, kun X :n tiheysfunktio on

$$f(x) = xe^{-x}, \quad x > 0.$$

- Laske satunnaismuuttujan X odotusarvo ja varianssi, kun X :n tiheysfunktio on

$$f(x) = c(1 + x^3), \quad 0 < x < 2.$$

- Olkoon X satunnaismuuttuja, jolla on varianssi. Millä t :n arvolla funktio g ,

$$g(t) = E((X - t)^2),$$

saa pienimmän arvonsa. (Ohje: käytä Lausetta 4.6.9.)

- Vertaile Tšebyševin epäyhtälön antamaa todennäköisyyden $P\{|X - \mu| \geq k\sigma\}$ arviota tarkkaan arvoon tapauksessa $k = 2$, kun X noudattaa jakaumaa
 - $\text{Tas}(0, 1)$,
 - $\text{Exp}(\lambda)$,
 - $N(\mu, \sigma^2)$.
- Miljoonan luvun keskiarvo on 10. Lukujen neliöiden keskiarvo on 101. Anna Tšebyševin epäyhtälön avulla yläraja niiden lukujen määrälle, jotka ovat ≥ 14 . (Vastaus: 62500)