Lyhyiden ja pitkien korkojen tilastollinen vaihtelu

Tomi Pekka Juhani Martikainen
Joensuun Yliopisto
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta /
Tietojenkäsittelytieteen ja tilastotieteen laitos /
Tilastotiede
Pro Gradu -tutkielma
4.6.2008

Sisällysluettelo

1. JOHDANTO

Tässä tutkielmassa tarkastellaan lyhyiden ja pitkien korkoaikasarjojen tilastollisia eroavaisuuksia. Esitetään pohdintaa siitä minkä takia lyhyet ja pitkät korot ovat erisuuria, sekä siitä miten ne käyttäytyvät suhteessa toisiinsa. Pohditaan myös onko koroilla jokin teoreettinen pitkän aikavälin tasapainosuhde, niin kuin taloustieteissä esiintyvät teoriat esittävät. Näitä suhteita tutkitaan tarkastelemalla kuvia korkosarjoista ja raportoimalla niistä mahdollisia yhteneväisyyksiä ja eroja. Yritetään löytää myös jonkinlaisia yhteyksiä taloustieteen teorioihin, esimerkkinä odotusteoria.

Ensimmäiseksi on kuitenkin paneuduttava aikasarjojen stationaarisuuteen. Korkosarjojen stationaarisuutta tarkastellaan kuvien avulla sekä yksikköjuuritestillä. Yksikköjuuritestit suoritetaan käyttämällä Dickeyn ja Fullerin testiä sekä laajennettua Dickeyn ja Fullerin testiä. Jos aikasarjasta löytyy yksikköjuuri, on sarja epästationaarinen. Kahden tai useamman epästationaarisen muuttujan sanotaan olevan yhteisintegroituneita jos niiden väliltä löydetään stationaarinen lineaarikombinaatio. Tämä tarkoittaa sitä, että nämä yhteisintegroituneet muuttujat eivät ajaudu kovinkaan kauaksi toisistaan ajan kuluessa, vaan niiden välillä vallitsee pitkän aikavälin tasapainosuhde.

Stationaarisuuden tarkastelun jälkeen tutkitaan käytettyjä korkoaikasarjoja menetelmällä, jota kutsutaan yhteisintegraatioanalyysiksi. Yhteisintegraatioanalyysin lähtökohtana on, että aikasarjat ovat epästationaarisia ja samalla asteella integroituneita. Ekonometrinen tulkinta yhteisintegraatiosta on seuraavanlainen: jos kaksi tai useampaa sarjaa ovat yhteydessä toisiinsa muodostaen pitkän aikavälin tasapainotila[1], ne tulevat liikkumaan toistensa läheisyydessä ja niiden välimatka pysyy stabiilina (stationaarisena), vaikkakin sarjat itsessään voivat sisältää stokastisia trendejä (epästationaarisuus) (Harris, s. 22). Yhteisintegraatioanalyysinä käytetään Johansenin menetelmää, missä sovelletaan suurimman uskottavuuden menetelmää vektoriautoregressiiviseen malliin.

[1] Yhteisintegraation käsite matkii pitkänaikavälin tasapainotilaa, eli equilibriumia, missä taloudellinen tila konvergoituu yli ajan. Se on tietynlainen tila, missä ekonomiset voimat ovat balanssissa ja ulkoisten tekijöiden poissa ollessa taloudellisissa muuttujissa ei tapahdu muutoksia.

Campbell ja Shiller tarkastelevat vuonna 1991 julkaisemassaan paperissaan, voiko pitkän ja lyhyen koron erotuksella ennustaa tulevia korkoja ja niiden mahdollista käyttöä korkorakenteen odotusteorian tulkinnassa. Tässä työssä tarkastellaan toimiiko edellä esitetty ajatus ja voisiko pitkän koron muutoksilla ennustaa tulevia lyhyitä korkoja.

Tutkielman rakenne on seuraavanlainen: Luvussa kaksi kerrotaan lyhyesti koroista ja esitellään tutkielmassa käytettyjen korkoaikasarjojen korot, jotka ovat Euribor ja valtion obligaatio. Kolmannessa luvussa käsitellään aikasarjojen ominaisuuksia ja teoreettisia käsitteitä, joihin viitataan myöhemmissä luvuissa. Neljännessä luvussa kerrotaan enemmän odotusteoriasta ja miten sitä tullaan soveltamaan yhteisintegraatiosuhteiden tutkimisessa. Viidennessä luvussa kuvaillaan käytettyjä korkosarjoja tarkemmin. Kuudes luku sisältää käytettyjen menetelmien esittelyn. Seitsemännessä luvussa esitetään testien ja analyysien tuloksia. Kahdeksannesta luvusta löytyvät johtopäätökset.

2. KORKO

Korko on rahan hinta. Se on korvaus siitä ajasta jona lainattu pääoma ei ole lainanantajan käytössä. Rahoitusmarkkinoilla toimii sijoittaja, joka etsii rahalleen tuottoisaa sijoituskohdetta. Lainan ottajalla on taas tiedossa hyvä sijoituskohde, mutta häneltä ei löydy pääomaa. Sijoittajan ja lainan ottajan tarpeet kohtaavat markkinoilla ja niiden sovittaminen johtaa siihen että rahalle syntyy hinta, eli korko.

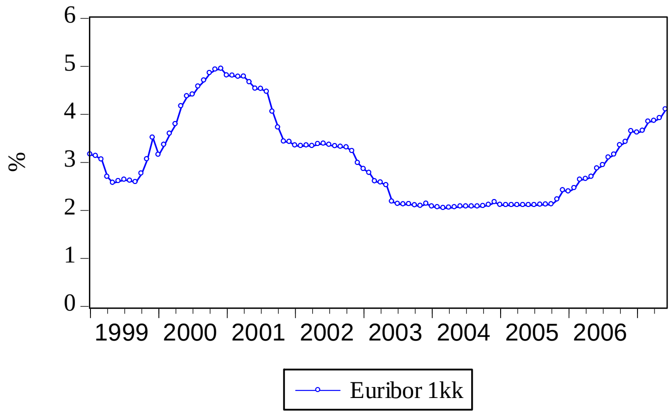
Korot ovat maturiteeteiltaan, eli lainan juoksuajoiltaan, erimittaisia ja niiden kestoajat vaihtelevat viikosta kymmeniin vuosiin. Koroista puhuttaessa käytetään yleensä termejä lyhyt korko ja pitkä korko. Tätä korkojen erottelua käytetään läpi tämän työn. Pitkällä korolla tarkoitetaan yleensä yli vuoden mittaisia valtion liikkeelle laskemia jälkimarkkinoilla noteerattuja joukkovelkakirjojen tuottoja. Joukkovelkakirjat ovat valtion tai yritysten myöntämiä arvopapereita.

Suomessa liikkeelle lasketaan harvoin alle 3 vuoden joukkovelkakirjoja, ja suurimmillaan niiden maturiteetit ovat 10 vuodessa. Muutamat maat, esimerkkeinä Ranska ja Englanti, ovat laskeneet liikkeelle korkoja joiden maturiteetit ovat nousseet 30 vuoteen ja joissain tapauksissa jopa 50 vuoteen. Lyhyistä koroista puhuttaessa tarkoitetaan vuoden ja alle vuoden mittaisia rahamarkkinarahoitteisia korkoja. Lyhytaikaiset talletusmarkkinat ovat lähinnä pankkien välisiä markkinoita. Euribor-korko on hyvä esimerkki lyhyestä korosta. Euriborista kerron enemmän kohdassa 2.1.

Korkosijoitusten tuotot voivat perustua joko kiinteään korkoon tai vaihtuvaan korkoon. Kiinteät korot pysyvät samansuuruisina koko sovitun ajan, kun taas vaihtuvat korot määritellään kunkin korkokuukauden aikana. Vaihtuvan koron muutokset riippuvat jostakin toisesta korosta eli viitekorosta. Esimerkiksi suomalaisessa sijoittamisessa useimmiten käytettyjä viitekorkoja ovat euribor, libor, ja eonia. Tässä työssä tarkastellaan tarkemmin euriboria, joka on rahamarkkinakorko. Toisena korkosarjana käytetään valtion obligaatiokorkoa. Korot esitellään yksityiskohtaisemmin seuraavissa kappaleissa.

2.1 Euribor

Euribor (Euro Interbank Offered Rate) on Euroopan pankkiyhdistysten liiton (European Banking Federation) noteeraama euron lyhyt markkinakorko, jolla ensiluokkainen pankki (prime bank) tarjoaa toiselle ensiluokkaiselle pankille pankkien välisiä määräaikaisia eurotalletuksia. Korko julkistetaan kello 11.00 aamupäivällä Keski-Euroopan aikaa. Euribor vahvistettiin ensimmäisen kerran 4.1.1999 ja se korvasi Suomessa käytetyn kotimaisen markan rahamarkkinakoron Heliborin. Koron määrittelyyn osallistuvat euroalueen kaupankäyntivolyymiltään merkittävimmät pankit (Tuhkanen 2006, s. 38).



Kuva 1. 1kk Euribor.

Euriborin määrittelyyn osallistuu ryhmä euroalueen merkittävimpiä pankkeja, joiden noteeraukset edustavat sitä pankkien välistä lyhyttä eurokorkoa, jonka ensiluokkainen pankki noteeraisi toiselle pankille. Euribor noteerataan spot-arvolla T+2 TARGET päivää ja todelliset/360-päivää säännöllä (Tuhkanen 2006). Se esitetään kolmen desimaalin tarkkuudella. Spot-arvolla tarkoitetaan tänään tehtyyn talletukseen liittyvän varojen siirron tapahtumista kahden pankkipäivän kuluttua TARGET-päivästä. TARGET-päivänä euron kyseinen maksujenvälitysjärjestelmä on auki[23]. Paneelin pankit laskevat Euriborin 1, 2 tai 3 viikon kestoajalle sekä myös kahdentoista kuukauden kestoajalle,

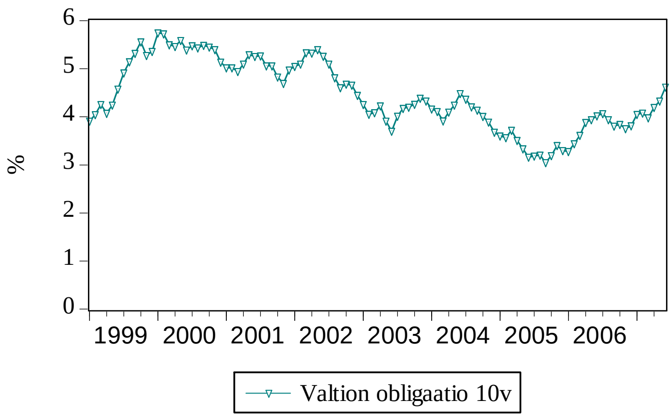
---

[2] TARGET-järjestelmä on kiinni lauantain ja sunnuntain lisäksi seuraavina päivinä: Uudenvuodenpäivä, Pitkäperjantai, 2. pääsiäispäivä, Vappu, Joulupäivä ja Tapaninpäivä.
[3] TARGET: Trans-European Automated Real-Time Gross Settlement Express Transfer System.

yhdestä kahteentoista kuukauteen. Noteeraukset annetaan viimeistään 10:45 Keski-Euroopan aikaa ja jokaisesta maturiteetista poistetaan 15 prosenttia ylimmästä ja alimmasta noteerauksesta. Lopuista otetaan keskiarvo.

2.2 Valtion obligaatio

Joukkovelkakirjalaina, eli lyhyemmin joukkolaina, jota kutsutaan myös yleisesti obligaatioksi, on usean yksityisen tai yhteisön ottama laina, joka jakaantuu useisiin samansisältöisiin haltijalle asetettuihin velkakirjoihin. Joukkolainan liikkeellelaskijat hakevat markkinoilta pitkäaikaista rahoitusta. Obligaatioiden maturiteetti on vähintään yli vuoden. Suomessa harvoin lasketaan liikkeelle alle kolmen vuoden joukkolainoja, laina-ajat ovat enimmillään 10 vuotta (Tuhkanen 2006, s. 115). Suomen valtion liikkeelle laskemat joukkolainat muodostavat kotimaisten joukkolainamarkkinoiden rungon. Valtion obligaation katsotaan olevan yksi turvallisimmista sijoituskohteista, koska siinä takaisinmaksulle on valtion takaus.



Kuva 2. 10v. Valtion obligaatio.

3. AIKASARJOJEN OMINAISUUKSIA

Aikasarjan sanotaan olevan jatkuva (continuous) silloin kun havainnot ovat peräkkäisiä havaintoja, ja aikasarjan havaintojoukko on ajan suhteen jatkuva. Diskreetti (diccrete) aikasarja on taas sarja, jonka mahdollisten havaintojen joukko on äärellinen ja havainnot on saatu täsmällisinä ajanhetkinä. Tässä työssä korkoaikasarjat ovat diskreettejä luonteeltaan, koska havainnot korkosarjoihin saadaan ennalta tiedossa olevina ajanhetkinä, kuten luvussa 2 mainittiin. Suuri osa tilastotieteen teorioista käsittelee satunnaisotoksia jostain tietystä riippumattomien havaintojen ryhmästä. Aikasarja-analyysin kohdalla tämä ei toimi, koska havainto riippuu aina jossain määrin sarjan edeltävästä havainnosta. Koska peräkkäiset havainnot ovat riippuvia toisistaan, voidaan menneillä arvoilla ennustaa tulevaa. Jos menneillä havainnoilla voidaan ennustaa aikasarjan tulevia havaintoja virheettä, sen sanotaan olevan deterministinen. Suurin osa sarjoista on kuitenkin stokastisia luonteeltaan ja niiden tulevia arvoja voi ennustaa vain osaksi menneillä havainnoilla. Koska stokastisesta aikasarjasta ei voida tehdä virheettömiä ennustuksia, käytetään menneiden havaintojen tiedolla ehdollistettua todennäköisyysjakaumaa, jolla tulevaisuutta ennustetaan. (Chatfield 2004, s. 5)

Taloudellinen aikasarja voi sisältää neljä komponenttia, jotka jaotellaan seuraaviin määritelmiin. Trendi kuvaa sarjassa näkyvää pitkän aikavälin muutosta. Suhdannesyklillä tai suhdannevaihtelulla tarkoitetaan aikasarjassa esiintyvää vaihtelua, joka johtuu esimerkiksi talouden nousu- tai laskusuhdanteista. Suhdannesyklin muutokset ovat keskipitkän aikavälin vaihteluita ja niitä voi olla hankala erottaa trendistä. Kolmantena komponenttina on kausivaihtelu. Kausivaihtelu on vuoden/kauden sisällä esiintyvää säännöllistä vaihtelua. Viimeisenä aikasarjan komponenttina on satunnaisvaihtelu (Chatfield 2004, s. 12).

Ennen varsinaisen empiirisen tutkimuksen aloittamista on hyödyllistä tutkia käyttämämme sarjan ominaisuuksia. Tutkitaan, minkälaisia olettamuksia voidaan tehdä aikasarjasta, kuten pysyykö siinä jotain muuttumattomana vai tapahtuuko sen rakenteessa vaihteluita. Seuraavaksi kerrotaan hieman enemmän stokastisista prosesseista ja aikasarjan stationaarisuus-ominaisuuksista.

3.1 Stokastinen prosessi

Merkitään aikasarjaa (tai stokastista prosessia) $\{y_t, t = ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$. Tarkasteluissa rajoitutaan diskreettiaikaisiin stokastisiin prosesseihin. Jatkossa aikasarjaa merkitään yksinkertaisemmin y_t:llä. Tässä työssä käytetyt aikasarjat ovat yksiulotteisia, eli skalaariarvoiset havainnot on saatu samasta ilmiöstä peräkkäisinä ajanhetkinä. Korkosarjoissa jokaiseen ajanhetkeen *t* liittyvää koron arvoa merkitään y_t:llä. Aikasarja on kovarianssistationaarinen jos sen keskiarvo, varianssi ja kovarianssi ovat ajasta riippumattomia, eli aikasarjalla on seuraavat kolme ominaisuutta (Harris 1995, s. 15):

1. $E(y_t) = \mu$ *= vakio kaikilla ajan hetkillä t,*
2. $Var(y_t) = \sigma^2$ *= vakio kaikilla ajan hetkillä t ja*
3. $Cov(y_t, y_{t+k}) = \gamma_k$ *= kovarianssit eivät riipu ajanhetkistä t+k ja t, vaan ajanhetkien väliajasta k.*

Tarkemmin sanoen aikasarja y_t on siis kovarianssistationaarinen, jos edellä olevat ehdot pitävät. Lisäksi odotusarvo ja varianssi oletetaan äärellisiksi. Kohdat *1.* ja *2.* vaativat, että prosessilla on vakio odotusarvo ja varianssi, kun taas kolmas kohta riippuu havaintojen y_{t+k} ja y_t välisestä erotuksesta. Jos tarkasteltava sarja ei täytä edellä mainittuja ehtoja, se on epästationaarinen. Epästationaarisen aikasarjan käyttäminen regressioanalyyseissä antaa joissain tapauksissa virheellisiä tuloksia.

3.2 Yhden muuttujan jakauman tunnuslukuja

Tässä kappaleessa kerrotaan käytetyistä jakauman tunnusluvuista. Näitä tarvitaan korkoaikasarjojen perustunnuslukujen tulkinnassa luvussa 5.

Vinous (skewness) on jakauman muotoa kuvaava käsite. Jakauman sanotaan olevan vino, jos suurin osa sen havainnoista on keskiarvoa suurempia tai pienempiä. Jos suuri osa havainnoista on keskiarvoa pienempiä, niin jakauman sanotaan olevan oikealle vino ja jos havainnot ovat keskiarvoa suurempia, jakauma on vasemmalle vino. Vinouskerroin lasketaan kaavalla:

$$s = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}}\right)^3, \qquad (1)$$

missä $\hat{\sigma}$ on estimaattori normaalijakaumalle, joka perustuu varianssin harhaiselle estimaattorille ($\hat{\sigma} = s\sqrt{(N-1)/N}$). Normaalijakautuneen muuttujan vinousarvo on 0 (EViews manuaali, s. 299).

Huipukkuus on myös jakauman muotoa kuvaava käsite. Se kuvaa jakauman häntien pituutta ja paksuutta. Huipukkuuden (kurtosis) laskemiselle käytetään seuraavaa kaava:

$$K = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}}\right)^4, \qquad (2)$$

missä $\hat{\sigma}$ on, kuten vinouden tapauksessakin, varianssin harhainen estimaattori (EViews manuaali, s. 300).

3.3 Otosautokorrelaatiokerroin ja korrelogrammi

Otosautokorrelaatio kuvaa aikasarjan havaintojen välistä samankaltaisuuden astetta eli korrelaatiota. Otosautokorrelaatiokerroin viiveellä *k* kuvaa siis *n-1* kappaleen havaintoparin $(x_1, x_2),(x_2, x_3),...,(x_{n-1}, x_n)$ välistä korrelaatiota. Lasketaan otoskovarianssi $\hat{\gamma}_k$ viiveellä *k*, ja otosvarianssi $\hat{\gamma}_0$, joille määritelmät seuraavaksi:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{n}, \tag{3}$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}{n}, \tag{4}$$

missä n on otoskoko ja $\bar{Y}$ on otoskeskiarvo. Nyt voidaan kirjoittaa otosautokorrelaatiofunktio seuraavaan muotoon:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}, \tag{5}$$

mikä on otoskovarianssi jaettuna otosvarianssilla (Chatfield 2004, s. 23). Otosautokorrelaatiokertoimien tulkinnassa on hyvä käyttää apuna niiden graafista esitystä eli korrelogrammia, missä pisteet $(k, \hat{\rho}_k)$, $k = 0,1,2,...$ piirretään tasoon. Korrelogrammissa esitetään yleensä vain ensimmäiset 10 – 20 otosautokorrelaatiokerrointa riippuen havaintojen määrästä (Chatfield 2004, s. 24). Luvussa viisi esitetään kaksi korrelogrammia, joiden avulla tulkitaan korkoaikasarjojen stationaarisuusominaisuuksia.

3.4 Volatiliteetti

Volatiliteettia mitataan yleensä tuottojen keskihajonnalla. Historiallisella volatiliteetilla tarkoitetaan sijoitushyödykkeen historiallisista hintahavainnoista laskettua tuottojen keskihajontaa. Tarkasteltavan ajanjakson pituuden valinta riippuu volatiliteetti-estimaatin käyttötarkoituksesta. Lyhyt ajanjakso ei välttämättä sisällä riittävästi havaintoja, jolloin tuloksen luotettavuus kärsii. Toisaalta, koska volatiliteetti muuttuu ajassa, saattaa hyvin pitkältä ajalta laskettu tuottojen keskihajonta sisältää vanhentunutta informaatiota, joka ei ole relevanttia tämänhetkisen volatiliteetin arvioinnissa. Tarkasteltavan ajanjakson pituuden valinta riippuu volatiliteetti-estimaatin käyttötarkoituksesta. Tässä vaiheessa on myös hyvä selventää volatiliteetin eroa keskihajonnasta. Keskihajonta kuvaa havaintoarvojen keskimääräista poikkeamaa keskiarvosta. Volatiliteetti on taas annualisoitu keskihajonta, joka mittaa tuottojen keskihajontaa.

On olemassa kahta erilaista volatiliteettia, historiallista sekä implisiittistä volatiliteettia. Historiallinen volatiliteetti lasketaan usein kuluneen viikon, kuukauden tai puolen vuoden ajalta, ja se kertoo kuinka nopeasti esimerkiksi tuotto on muuttunut. Volatiliteetin ajatellaan usein syntyvän markkinoille saapuvan uuden informaation johdosta. Yksinkertaisesti volatiliteetti on määritelmä rahoitusinstrumentin, koron, heilunnalle tietyllä aikavälillä. Tässä työssä volatiliteetin tarkasteluun käytetään historiallista volatiliteettia. Volatiliteetin laskenta aloitetaan laskemalla logaritminen hinnanmuutos eli tuotto

$$u_i = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right), \qquad (6)$$

missä ln on luonnollinen logaritmi (Riskglossary.com). Kaavassa 6 osaa, $\frac{y_t}{y_{t-1}}$, kutsutaan yksinkertaiseksi bruttotuotoksi. Historiallinen volatiliteetti voidaan laskea keskihajonnankaavasta:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(u_i - \bar{u}\right)^2}\,. \tag{7}$$

Kaavassa 7 σ on keskihajonnan estimaatti ja $\bar{u}$ on keskimääräinen tuotto periodilla. Jotta voidaan verrata volatiliteetteja eri aikaväleille, niin kerrotaan historiallinen volatiliteetti σ vielä annualisointifaktorilla. Koska käytämme tässä työssä korkoaikasarjojen kuukausihavaintoja, niin tulemme käyttämään arvoa h=12.

$$\sigma_{an} = \left(\sigma \times \sqrt{h}\right) \times 100\,. \tag{8}$$

Edellä esitetyssä kaavassa σ_{an} annualisointifakrorilla kerrottu keskihajonta. Volatiliteetti on kerrottu 100:lla prosenttiluvun saamiseksi.

Estimoitaessa kuukausikohtaista volatiliteettia tuottojen historiallisiin tietoihin perustuen joudutaan väistämättä tarkastelemaan yhtä kuukautta pidempää ajanjaksoa, sillä keskihajonnan laskemiseksi tarvitaan useampia havaintoja. Tässä työssä volatiliteetista puhuttaessa tarkoitetaan markkinoiden volatiliteettia, eli korkojen heilahtelua. Markkinoiden volatiliteetti on yksi korkorakenteiden hintaan vaikuttava tekijä. Korkosarjojen tämänhetkisestä volatiliteetin tasosta kerrotaan enemmän luvussa 5.

4. KORKOJEN ODOTUSTEORIA

Yksi suosittu teoria taloustieteen puolella korkokäyrän aikarakenteen tulkinnalle on odotusteoria. Odotusteorian mukaan pitkäaikaiset korot määräytyvät tulevia lyhytaikaisia korkoja koskevien odotusten perusteella (Niemelä 1995, s. 1). Nouseva korkokäyrä siis ennustaa sitä, että tulevaisuudessa lyhyet korot tulevat nousemaan ja laskeva tuottokäyrä ennustaa vastaavasti lyhyiden korkojen tulevaa laskua. Mikäli markkinoilla odotetaan lyhyiden korkojen nousua, se johtaa odotusten perusteella siihen, että pitkän koron odotetaan olevan korkeampi kuin lyhyt korko (Niemelä 1995, s. 1).

Niemelä esittää tutkimusraportissaan kaavan odotushypoteesille, joka perustuu Campbellin ja Shillerin kirjoittamaan paperiin vuodelta 1991. Se lähtee ajatuksesta, että pitkäaikaisen vaateen tuotto määräytyy nykyisen sekä tulevien odotettujen lyhyiden korkojen aritmeettisena keskiarvona.

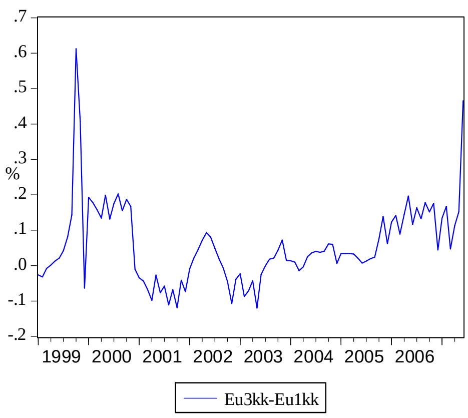
$$R_{n,t} = (1/k)\sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{m,t+mi} + c, \qquad k = n/m, \tag{9}$$

missä $R_{n,t}$ on pitkä n:n periodin korko hetkellä t ja $R_{m,t}$ on lyhyt korko, missä $n>m$. E_t on rahamarkkinoilla toimivien tahojen rationaalisia odotuksia ehdolla ajanhetkenä t tiedossa olevalla informaatiolla. Vakiotermi c on riski- tai likviditeettipreemio, joka riippuu kyseessä olevien vaateiden maturiteettien välisestä erotuksesta (Campbell & Shiller 1991, s. 496). Yhtälöä (9) tarkastelemalla huomataan, että jos pitkä korko hetkellä t on korkeampi kuin lyhyt korko, niin lyhyiden korkojen odotetaan nousevan tulevaisuudessa, joka taas johtaa siihen että tuottokäyrä on nouseva. Seuraavaksi määritellään muuttuja, joka kuvaa tuottokäyrän muotoa. Muuttuja on lyhyen ja pitkän koron erotus: $S_{n,m:t} = R_{n,t} - R_{m,t}$, missä $S_{n,m:t}$ on n:n ja m:n periodin erotus ajanhetkellä t. Vähennetään yhtälön (9) molemmilta $R_{m,t}$ niin saadaan seuraavanlainen kaava korkoerolle.

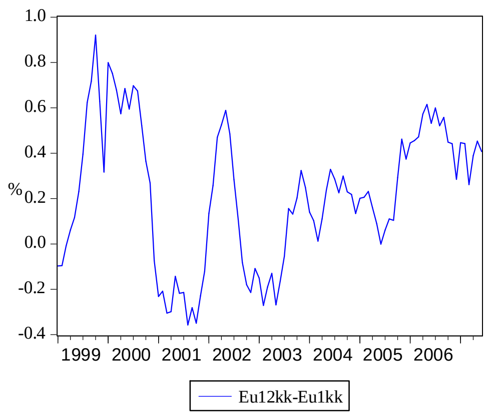
$$S_{n,m:t} = E_t S^*_{n,m:t}\text{, missä} \tag{10}$$

$$S^*_{n,m:t} = (1/k)\sum_{i=1}^{k-1}\left(\sum_{j=1}^{i}\Delta^m R_{m,t+jm}\right) = \sum_{i=1}^{k-1}(1-i/k)\Delta^m R_{m,t+im}\text{,}$$

missä $\Delta^m R_{m,t+im} = R_{m,t+m} - R_{m,t}$. Kaavassa (10) esiintyvää termiä $S^*_{n,m:t}$ kutsutaan teoreettiseksi korkoeroksi. Jos korot ovat tasomuodossaan epästationaarisia ja niiden ensimmäiset erotukset ovat stationaarisia, niin edellä esitetyn kaavan oikean puolen termit ovat integroituneita asteella 0, eli ne ovat I(0)-prosesseja. Tästä seuraa että kaavan oikea puoli on myös stationaarinen. Korkojen ollessa integroituneita asteella 1 niiden on oltava myös yhteisintegroituneita, jotta niiden erotus olisi stationaarinen. Korkoeron integraation aste on siis 0. Yhteisintegraatio vektori on muotoa $(1,-1)$, koska $(1-1)R_t^{'} = S_t$, missä $R_t = (R_n R_m)$ ja $S_t \sim I(0)$ on korkoerotus. Odotusteorian mukaan sarjat ovat siis yhteisintegroituneita YI-vektorilla $(1,-1)$, jolloin korkoerotus on stationaarinen pitkänajan tasapainotila, joka vallitsee kahden korkoaikasarjan välillä. Kun tarkastellaan korkosysteemiä, missä esiintyy p kappaletta korkosarjoja, niin odotushypoteesin vallitessa on löydyttävä p-1 kappaletta yhteisintegroituvuusvektoria (Shea 1992, s. 358). Tämä tarkoittaa sitä, että p:tä kappaleesta korkovektoreita voidaan muodostaa p-1 kappaletta korkoerotuksia lyhyiden ja pitkien korkojen välille.



Kuva 3. Kolmen kuukauden Euribor-koron erotus yhden kuukauden Euriboriin.



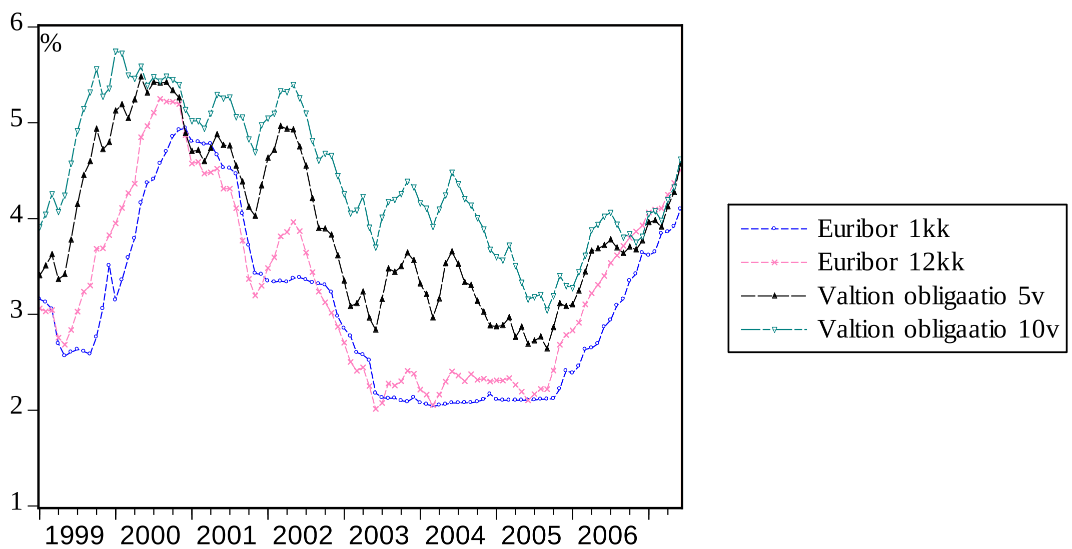
Kuva 4. Kahdentoista kuukauden Euribor-koron erotus yhden kuukauden Euriboriin.

Kuvassa 4 näkyy hyvin kuinka tuottokäyrässä esiintyy positiivisia sekä negatiivisia korkoeroja. Kuten kuvioista huomataan tuottokäyrät elävät jatkuvasti. Tästä voidaan ajatella, ettei markkinoilla ole selkeää näkemystä oikeasta korkoerosta lyhyiden ja pitkien korkojen välillä. Mitä suurempi tuottoero on, sitä jyrkemmin se ilmenee tuottokäyrän muodossa. Jos tuottokäyrä on nouseva, niin korot sisältävät jonkin asteisen odotuksen lyhyiden korkojen tulevasta kasvusta (Tuhkanen 2006, s. 61). Kun lyhyen ja pitkän koron välillä ei ole korkoeroa, niin se näkyy tuottokäyrässä tasaisena käyrän muotona. Kuvassa 3 näkyy tällainen selkeä tasaisempi jakso jo aiemmin mainitulla vuoden 2003 alusta alkaneella ajanjaksolla.

5. KORKOJEN KUVAILUA

5.1 Aineisto

Korkojen tarkasteluun käytetään Euribor-korkoja ja valtion obligaatiokorkoja. Aineisto on kerätty korkosarjojen osalta internetistä. Euribor-korot sekä valtion obligaatiot löytyivät Suomen Pankin internetsivuilta osiosta tilastot. Sarjassa on kaikki havainnot Euribor-koron ilmestymisen jälkeen vuoden 1999 alusta 30.6.2007 saakka sekä valtion obligaatiosta kaksi sarjaa samalta ajalta. Käytössä on kuusi eri korkosarjaa. Kaikissa sarjoissa on 102 havaintoa. Neljän Euribor-sarjan maturiteetit ovat 1, 3, 6 ja 12 kuukautta. Valtion obligaatioissa sarjoja edustaa 5 ja 10 vuoden korkosarjat. Koska aineiston havainnot ovat kuukausien keskiarvoja, nousee esiin ongelma, kuinka paljon ja miten merkittävissä määrin menetetään informaatiota aineistosta. Koroista olisi myös ollut mahdollista saada päivähavaintoihin perustuvat aikasarjat, mutta mahdollisien estimointiongelmien välttämiseksi on päädytty kuukausihavaintoihin. Eräänä estimointiongelmana mainittakoon sarjoissa mahdollisesti esiintyvien poikkeavien havaintojen vaikutus estimointituloksiin.



Kuva 5. Korkosarjoja ajalta 1/99-6/07.

Kuvasta 5 löytyy neljä tutkielmassa käytettyä korkoaikasarjaa. Kaikki työssä käytetyt Euribor-korkosarjat eivät ole edustettuina kuvassa, koska niiden piirtämät käyrät olisivat samanmuotoiset kuin kuvassa esiintyvän kuukauden Euriborin käyrä. Euriborit edustavat kuvassa lyhyitä korkoja ja valtion obligaatiot pitkiä korkoja. Tätä yllä olevassa kuvassa esiintyvää korkokäyrää kutsutaan usein myös tuottokäyräksi. Tuottokäyrä kuvaa tietyn hetken korkorakennetta graafisessa muodossa (Tuhkanen 2006, s. 55). Normaalisti tuottokäyrä on loivasti oikealle nouseva, jossa pitkät koron tuotot ovat suurempia kuin lyhyestä maksettavat, mutta toisenkinlaiset käyrän muodot ovat mahdollisia. Tämän työn pääajatus on tarkastella maturiteeteiltaan eripituisten korkojen käyttäytymistä.

5.2 Aikasarjojen tarkastelua

Taloudellisissa aikasarjoissa on tiettyjä ominaispiirteitä. Sarjoista löytyy useimmiten trendi, jota voisi määritellä esimerkiksi pitkän aikavälin vaihteluna keskiarvossa (Chatfield 2004, s.12). Trendi voi olla kasvava tai laskeva. Poikkeavat havainnot, outlierien rypäät ja epälineaarisuus ovat myös tyypillisiä finanssisarjan ominaispiirteitä (Franses & van Dijk 2000. s. 3). Kuten kuvasta 5 huomataan, niin korkosarjoista ei löydy pelkästään kasvavaa tai laskevaa trendiä, vaan niissä esiintyy satunnaiskulkua muistuttavaa käyttäytymistä. Välillä sarjasta löytyy nouseva trendi kunnes se muuttuu laskevaksi taloudessa tapahtuvien muutoksien johdosta. Eräs tällainen muutos Euroopan rahapolitiikassa näkyy lyhyiden rahamarkkinakorkojen sarjoissa vuoden 2002 vaihteessa. Silloin Suomi liittyi yhdentoista muun maan kanssa Euroopan alueen yhteiseen rahaliittoon. 1kk ja 3kk Euribor-sarjoissa tällainen tasainen kausi näkyy selvästi. Syy siihen miksi tällainen sarjan kehitys näkyy vain lyhyissä koroissa, johtuu oletettavasti siitä että Keskuspankki voi rahapolitiikallaan vaikuttaa vain lyhyihin korkoihin. Käytetyissä korkosarjoissa ei löydy selkeitä poikkeavia havaintoja, koska aineiston havainnot ovat kuukausikeskiarvoja. Mahdolliset suuret poikkeamat ovat keskiarvon laskemisen johdosta tasoittuneet ja niiden havaitseminen käytetyistä sarjoista on hankalaa.

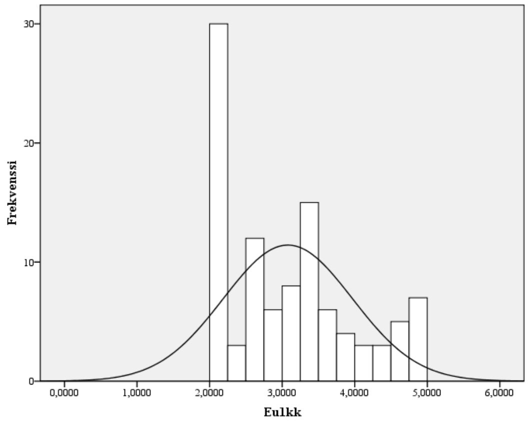
Taulukko 1. Käytettyjen korkosarjojen tunnuslukuja.

	EUR1KK	EUR3KK	EUR6KK	EUR12KK	VAOB5V	VAOB10V
Keskiarvo	*3,08*	*3,13*	*3,18*	*3,30*	*3,92*	*4,44*
Mediaani	*3,02*	*3,10*	*3,10*	*3,23*	*3,71*	*4,26*
Maksimi	*4,94*	*5,10*	*5,13*	*5,25*	*5,48*	*5,75*
Minimi	*2,04*	*2,03*	*2,02*	*2,01*	*2,64*	*3,04*
Keskihajonta	*0,89*	*0,90*	*0,91*	*0,92*	*0,80*	*0,72*
Vinous	*0,56*	*0,51*	*0,45*	*0,39*	*0,31*	*0,05*
Huipukkuus	*2,21*	*2,14*	*2,11*	*2,04*	*1,89*	*1,90*

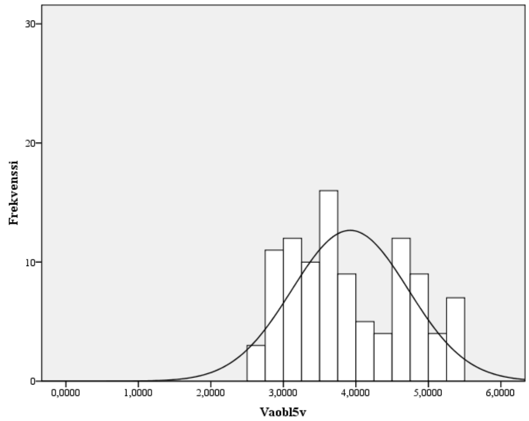
Taulukosta 1 löytyy aikasarjojen perustunnuslukuja. Tunnusluvut on otettu korkosarjan koko ajalta ja niiden tarkoitus on valaista sarjojen ominaisuuksia. Aikasarjojen keskihajonnoista huomataan Euriborien omaavan hieman suuremman keskihajonnan verrattuna valtion obligaatioihin ja tämä johtuu siitä, että vuosien 2003–2005 välillä Euriborit olivat matalalla ja yleensäkin kyseisissä sarjoissa esiintyi enemmän tasaisia kausia verrattuna valtionobligaatioihin. Kun tarkastellaan korkosarjojen käyrien muotoja lyhyemmissä osissa, niin huomataan valtion obligaatioiden sarjoissa suurempaa vaihtelua verrattuna Euriboreihin.

Vinouskertoimesta nähdään, että lyhyet korot ovat jakaumaltaan oikealle vinoja, niiden frekvenssijakauman oikeanpuoleinen häntä on pitempi, ja valtion obligaation 10 vuoden korosta huomataan, että sen vinousarvo on lähellä normaalijakauman vinousarvoa. Kymmenen vuoden valtion obligaatiossa on siis tasaisesti positiivisia sekä negatiivisia koronnousuja. Kaikki korkosarjat saivat siis vinous testisuureen arvoksi positiivisen luvun, josta voidaan vetää johtopäätös että koroissa esiintyy enemmän positiivisia koron nousuja kuin negatiivisia.

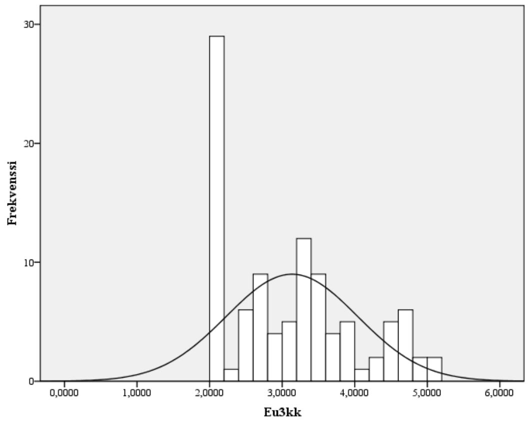
Huipukkuus arvoista huomataan, että korkosarjojen arvot ovat kaikki pienempiä kuin kolme, joka kertoo muuttujien olevan jakauman muodoltaan pitkähäntäisiä (long-tailed). Seuraavaksi tarkastellaan muutaman korkosarjan jakaumien muotoja kuvien avulla. Alla esitetään neljän eri korkosarjan jakaumat kuvina. Kuvissa esiintyvä yhtenäinen viiva esittää normaalijakauman käyrää.



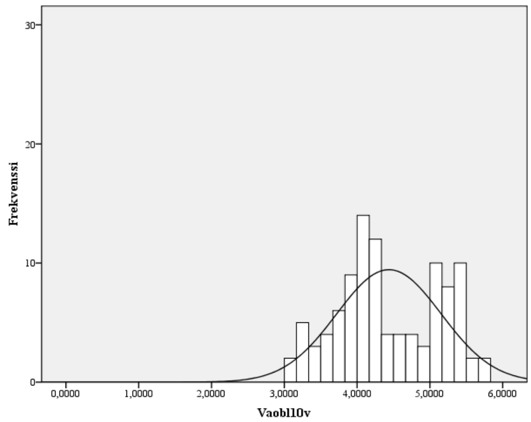
Kuva 6. Euriborin jakauma (1kk).



Kuva 7. Valtion obligaation jakauma (5v).



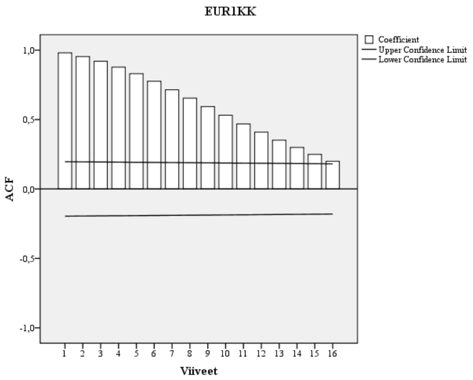
Kuva 8. Euriborin jakauma (3kk).



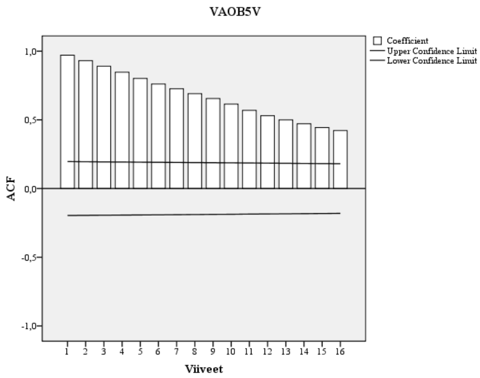
Kuva 9. Valtion obligaation jakauma (10v).

Kuvista 6 ja 8 huomataan kuinka Euriboreissa vuonna 2003 alkanut tasainen kausi näkyy korkeimpana pylväänä kuviossa. Muuten Euriborit ja Valtion obligaatiot ovat jakauman muodoltaan samansuuntaisia ja jakauman kuvista huomataan, että korkosarjojen jakaumissa ilmenee kaksi huippua. Selvemmin tämän huomaa valtion obligaatioiden jakaumien kuvista. Tämä kertoo, että korot ovat olleet ajanjakson kuluessa kahteen otteeseen tietyllä tasolla pitemmän aikaa. Ajanjakson ensimmäisellä puoliskolla obligaation arvo pysyi siellä 4% tietämillä ja sarjan jälkimmäisellä puoliskolla reilussa viidessä prosentissa.

Liitteessä 1 on esitetty Euribor-korkojen ja valtion obligaatioiden aikasarjat erillisinä kuvina. Kuvista huomataan, että korkosarjat eivät ole stationaarisia. Kyseisten sarjojen epästationaarisuuteen viittaa niiden satunnaiskulkua muistuttava käyttäytyminen ajassa. Sarjoissa ei esiinny myöskään mitään selvää tasoa, jolle sarjat palaisivat. Epästationaarisuuteen viittaa myös autokorrelaatiofunktioiden hidas kuoleentuminen, kuten huomataan alla olevista korrelogrammeista.



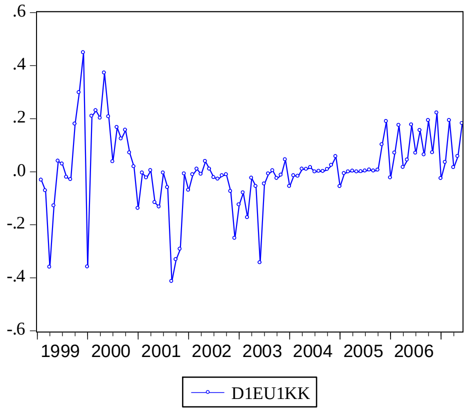
Kuva 10. Euriborin 1kk korrelogrammi.



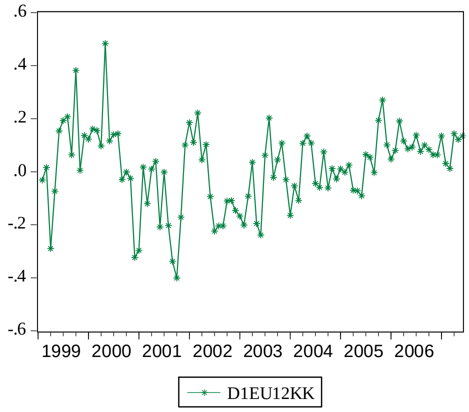
Kuva 11. Valtion obligaation 5v. korrelogrammi.

Tämä stationaarisuuden tulkitseminen perustuu siis siihen, että korkosarjoja tarkastellaan korrelogrammien avulla ja korrelogrammeista nähdään mahdollinen epästationaarisuus. Yleensä aikasarjan autokovarianssi ja autokorrelaationfunktioita ei tunneta, joten ne joudutaan estimoimaan otoksesta. Kaavat autokorrelaatiokertoimen laskemiselle esitettiin luvussa kolme. Kuvat 10 ja 11 siis esittävät korrelogrammeja käyttämistäni korkoaikasarjoista. Stationaarisuuden tutkiminen aloitetaan tarkastelemalla korrelogrammin arvoja eri viiveillä. Huomataan, että viiveellä 1 autokorrelaationfunktion arvo on suuri (lähellä 1:stä) ja nähdään myös, että arvot laskevat hitaasti alaspäin. Tämä johtuu siitä, että sarjan havainnot ovat pitkään sarjan keskiarvon yläpuolella, tai alapuolella, johtuen sarjan sen hetkisestä trendistä (Chatfield 2004, s. 26). Viiveellä yksitoista huomataan kertoimen olevan vielä 0,5 luokkaa. Tämän tyyppinen korrelogrammi kertoo siitä, että sarja on epästationaarinen. Vastaavanlaiset korrelogrammien tulkinnat on tehty kaikille käytetyille sarjoille ja ne osoittavat kaikkien sarjojen olevan epästationaarisia.

Erilaiset datan muunnokset ovat suosittuja taloudellisten aineistojen käsittelyssä. Differointi on eräs tapa poistaa trendin vaikutus sellaisesta aineistosta, jossa ei esiinny kausivaihtelua. Ensimmäinen erotus on yleensä riittävä stationaarisuuden saavuttamiseen edellä mainitussa tapauksessa (Chatfield 2004, s.19).



Kuva 12. Ensimmäinen erotus 1kk Euriborin korkosarjasta.



Kuva 13. Ensimmäinen erotus 12kk Euriborin korkosarjasta.

Kuten liitteessä 1 olevista Euriborien ja valtion obligaatioiden korkosarjoista huomataan, niissä ei esiinny selvää systemaattista kausivaihtelua. Oletetaan että meillä on uusi sarja $\{y_2,\ldots,y_N\}$, joka muodostettu alkuperäisestä sarjasta $\{x_1,\ldots,x_N\}$ seuraavalla tavalla $y_t = x_t - x_{t-1} = \Delta x_t$, missä $t = 2,3,\ldots,N$. Merkintä Δ tarkoittaa ensimmäistä differointia. Toisen asteen differointi, eli otetaan erotus ensimmäisestä erotuksesta, merkittäisiin Δ^2. Differoitujen muuttujien käytöllä voimme välttää näennäisregression[4] ongelman, mutta samalla menetetään myös pitkän ajan tietoa käytetystä sarjasta. Kuvissa 12 ja 13 on esimerkit korkosarjoista, joista on otettu ensimmäinen erotus. Näistä kuvista huomataan jo stationaariselle sarjalle ominaisia piirteitä. Aikasarjan sanotaan olevan stationaarinen kun sen keskiarvossa ja varianssissa ei ole mitään systemaattista muutosta ja kausittaiset

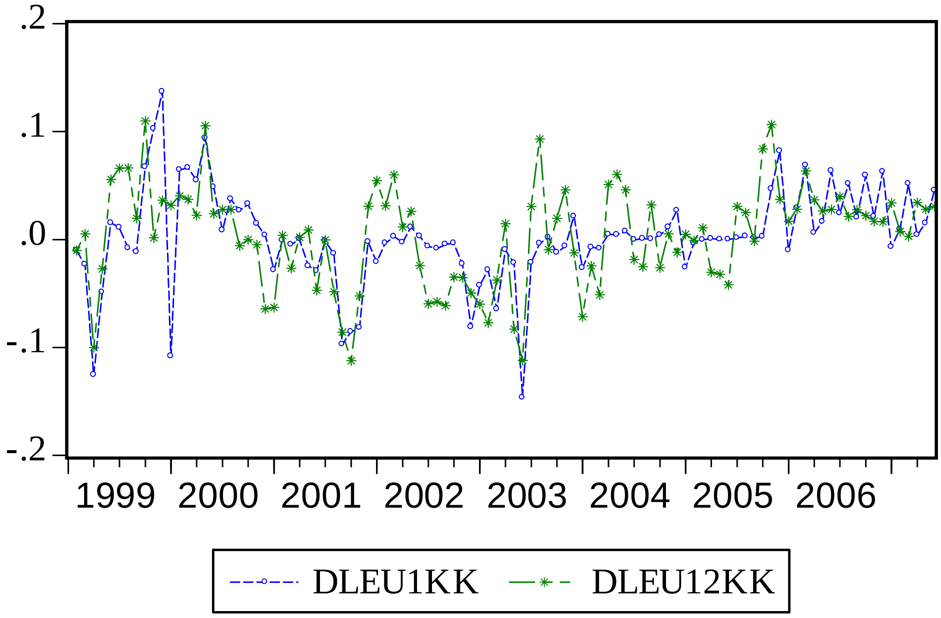
[4] Aikasarjan epästationaarisuuden seurauksena voi ilmetä näennäisregressiota, kun käytetään aikasarjoja, jotka ovat integroituneita samalla asteella. Näennäisregressiossa muuttujien välille saattaa löytyä merkitsevä korrelaatio, vaikka todellista kausaalisuhdetta ei olekaan.

vaihtelut on poistettu. Toisin sanottuna tämä tarkoittaa sitä, että datan eri osien ominaisuudet ovat samanlaisia. Differenssisarjojen arvot vaihtelevat hetkellisesti nollatason kummallakin puolella, mutta niillä on taipumus palautua takaisin kyseiselle tasolle. Kuvista kylläkin huomataan että korkosarjoissa vaihtelu on ollut suurempaa sarjojen alkuvaiheessa kuin loppupäässä.

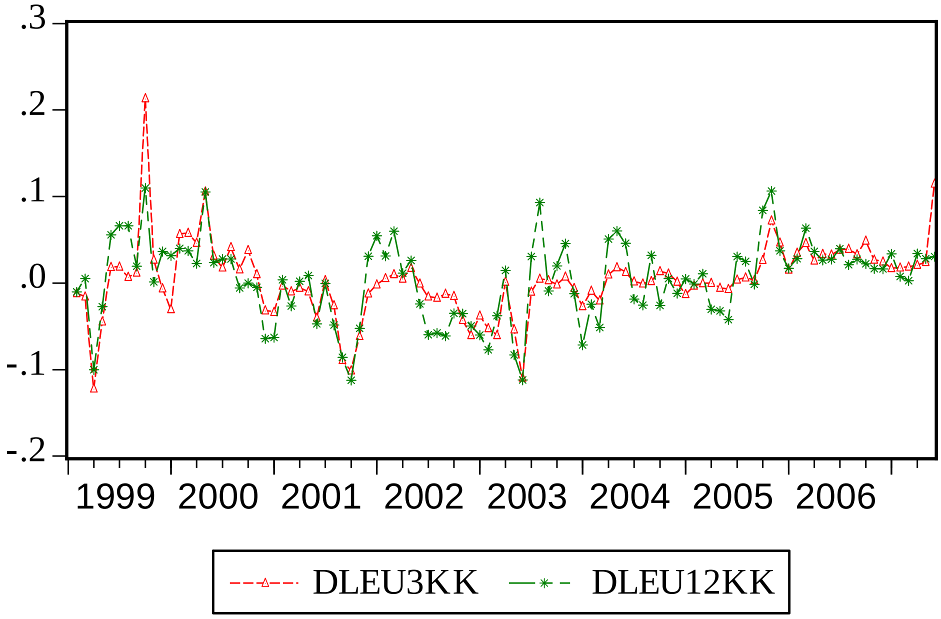
Luonnollisen logaritmin ottaminen aikasarjasta on toinen yleisesti käytetty aineiston muunnosoperaatio, millä pyritään myös pienentämään trendin vaikutusta. Jos varianssi kasvaa keskiarvon mukana, on tällainen datan muuntaminen järkevää (Chatfield 2004, s. 14). Vastausta siihen, kasvaako varianssi mahdollisesti keskiarvon mukana, tutkitaan jakamalla 3kk Euribor korkosarja 5 segmenttiin, ja tarkastelemalla sitten segmenttien tunnuslukuja. Tunnusluvut ja frekvenssikuvat löytyvät liitteestä 2. Segmenttien tunnuslukuja tarkastelemalla huomataan, että osat 1-3 ja 5 ovat keskiarvoiltaan ja keskihajonnoiltaan samaa kokoluokkaa. Edellä mainittujen osioitten tunnusluvuista huomataan, että mitä suurempi on keskiarvo sen hetken sarjassa, niin sitä suurempi on myös varianssi. Tämän perusteella olisi järkevää ottaa logaritmi käytetyistä korkosarjoista. Segmentissä 4 huomataan selviä eroja verrattuna muihin osioihin. Keskihajonta on lähellä nollaa ja syy siihen huomataan kun katsotaan vuoden 2004 ja 2005 havaintoja. Sinä aikana lyhyissä koroissa ei tapahtunut suuria muutoksia vaan ne pysyivät historiansa alimmalla tasolla.

Seuraavaksi tarkastellaan korkosarjojen ensimmäisten erotusten logaritmisia sarjoja erään taloustieteen teorian nojalla. Teoria on odotusteoria, jonka mukaan pitkät korot määräytyisivät tulevia lyhyitä korkoja koskevien odotusten perusteella. Pohditaan asiaa kuvia tarkastelemalla ja vertaamalla niiden käytöstä edellä mainitun teorian periaatteisiin. Kuten alla olevia kuvia tarkkailemalla huomataan, koroissa tapahtuvat nousut ja laskut eivät tapahdu samoina ajanhetkinä. Korot, jotka omaavat pitemmän maturiteetin, nousevat ja laskevat ennen korkoja, joilla on lyhempi maturiteetti. Tämä huomataan katsomalla kuvaa 14, missä nähdään 1 kk ja 12 kk ensimmäisten erotusten logaritmiset sarjat. Kuvassa 12kk Euriborin käyrä on merkitty symbolilla * ja kuukauden Euriboria merkitään ympyrällä. Nousu tapahtuu aikaisemmin 12kk korkosarjassa kuin kuukauden sarjassa. Tämän näkee katsomalla vuoden 1999 loppupuolen huomattavaa korkosarjan muutosta 12kk sarjassa, ja kuinka se tapahtuu hieman ennen kuin vastaavanlainen muutos näkyy 1kk sarjassa.

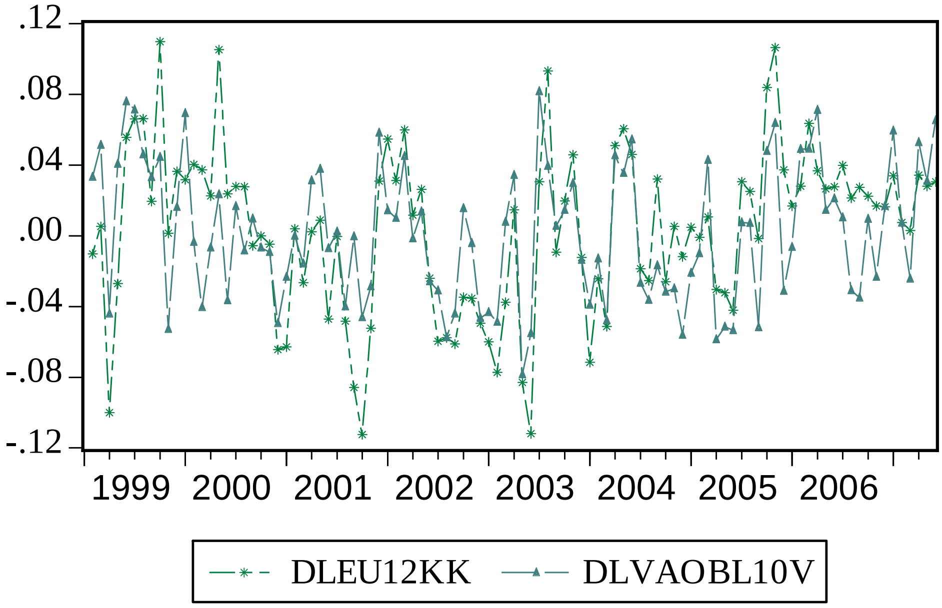
Vastaavanlainen huomio voidaan tehdä muistakin alla esitetyistä sarjoista. Näin ollen voitaisiin ajatella, että odotusteoria ja niiden takana oleva ajatus, että pitkät korot muodostuisivat nykyisten ja tulevien lyhyiden korkojen keskiarvojen pohjalta, toimii. Ainakin jos tarkastelut tehdään pelkästään alla esitettyjen kuvien perusteella.



Kuva 14. 1kk Euriborin ja 12kk Euriborin erotusten logaritmiset sarjat.

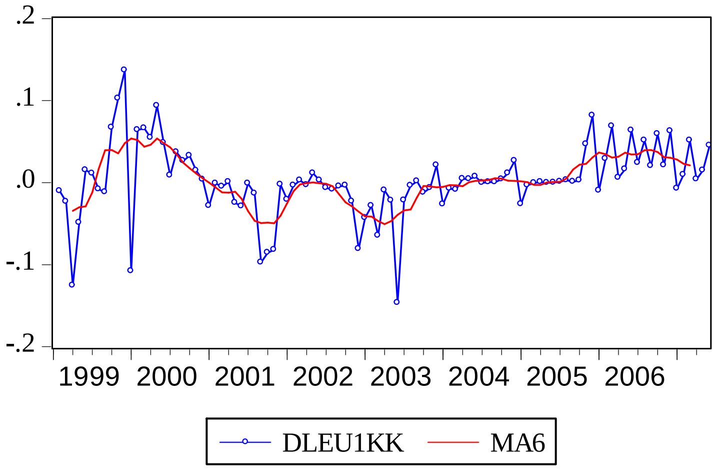


Kuva 15. 3kk Euriborin ja 12kk Euriborin erotusten logaritmiset sarjat.



Kuva 16. Valtion obligaation 10 vuoden ja 12kk Euriborin erotusten logaritmiset sarjat.

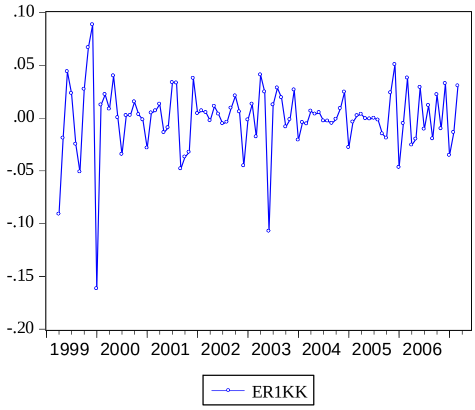
Seuraavaksi käsitellään logaritmiset differenssisarjat keskistetyllä yksinkertaisella liukuvalla keskiarvolla. Keskistetty tarkoittaa tässä tapauksessa sitä, että tietyn hetken arvo saadaan laskemalla määritellyn ikkunan mukainen määrä menneitä ja tulevia havaintoja yhteen, ja laskemalla niiden keskiarvo. Tällä tavoin keskiarvo “liukuu” läpi aineiston. Liukuvalla keskiarvolla pyritään näyttämään keskimääräinen korko tietyllä aikavälillä. Tämä menetelmä suodattaa pois turhat häiriöt sarjasta ja auttaa näkemään korkosarjan kehityksen paremmin.

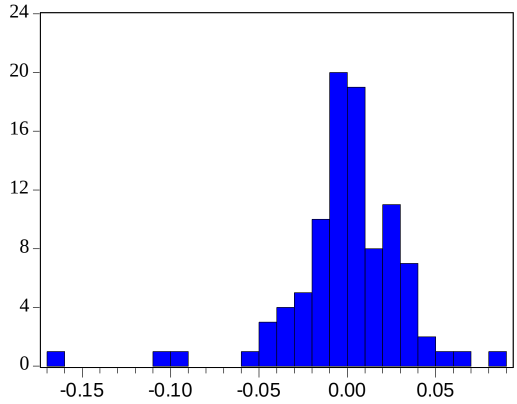


Kuva 17. 1kk Euriborin logaritminen differenssisarja ja siitä laskettu liukuva keskiarvo.

Kuvassa 17 on logaritminen 1kk Euriborin ensimmäisen erotuksen differenssisarja ja siitä laskettu liukuvan keskiarvon sarja, jossa on käytetty ”ikkunan” kokona kuutta kuukautta. Kuten kuvassa 17 olevista käyristä huomataan, korkosarjoissa kyseisellä ajanjaksolla tapahtuu enemmän positiivisia kuin negatiivisia tuoton muutoksia.

Differenssisarjasta ja liukuvan keskiarvon sarjasta voidaan laskea myös erotus. Erotuksista nähdään mihin suuntaan korkosarjan piikit ovat suhteessa liukuvaan keskiarvoon.





Kuva 18. 1kk Euriborin ja liukuvankes-arvon erotuksen aikasarja.

Kuva 19. 1kk Euriborin ja liukuvankeski-arvon erotuksen histogrammi.

Yllä ovat 1kk logaritmisen differenssisarjan ja liukuvan keskiarvo sarjan erotuksen aikasarja (kuva 18) ja siitä laskettu frekvenssijakauman histogrammi (kuva 19). Kuvasta 18 huomataan, että erot suhteessa keskiarvoon vaihtelevat melko tasaisesti nollatason molemmin puolin. Histogrammia tarkastelemalla huomataan jakauman olevan hieman vasemmalle vino ja huipukas.

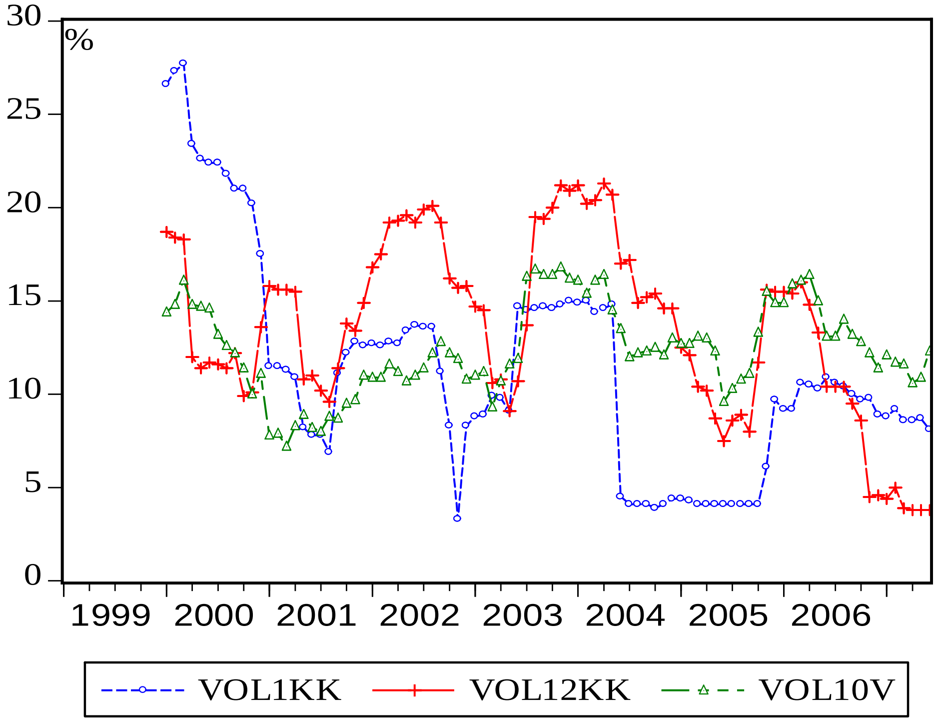
5.3 Volatiliteetin tarkastelua.

Kaikista käytetyistä korkosarjoista laskettiin historiallinen volatiliteetti luvussa kolme esitetyillä kaavoilla. Aineiston koko ajalta lasketut historialliset volatiliteetit ovat taulukossa 2.

Taulukko 2. Kokosarjojen volatiliteetti.

Korko	Volatiliteetti (%)
Euribor 1kk	15,17
Euribor 3kk	14,90
Euribor 6kk	13,90
Euribor 12kk	16,16
Valtion obligaatio 5v	16,85
Valtion obligaatio 10v	13,40

Nämä toteutuneista tuoton muutoksista lasketuista volatiliteeteista huomataan, että korkoaikasarjojen vaihtelut ovat samalla tasolla ja volatiliteetin arvot ovat muutaman prosenttiyksikön sisällä toisistaan. Mielenkiintoista taulukon luvuissa on se, että valtion obligaation 5 vuoden sarjan volatiliteetti on ollut suurin tarkastellulla aikavälillä ja lisäksi se on huomattavasti suurempi kuin kymmenen vuoden valtion obligaatiolla. Tässä vaiheessa on myös hyvä tarkastella volatiliteetin kehitystä läpi työssä käytetyn aikajakson. Seuraavassa kuvassa esitetyt volatiliteettikäyrät on laskettu viimeisen kahdentoista kuukauden tiedoilla.



Kuva 20. Volatiliteetti 1kk Euriborista, 12kk Euriborista ja 10 vuoden valtion obligaatiosta.

Kuvasta 20 löytyy historiallinen volatiliteetti kolmelle eri korkoaikasarjalle. Kuukauden Euriborsarjan volatiliteetista huomataan, että se on heilahdellut ajan kuluessa huomattavasti ollen tarkastelujakson alussa yli 20 % ja tarkastelujakson lopussa alle 10 %. Kymmenen vuoden valtion obligaation volatiliteetti on erilainen käyttäytymiseltään verrattuna Euriboreihin. Siinä volatiliteetti on käyttäytynyt maltillisemmin pysyen 7 ja 16 prosentin välimaastossa koko aikajakson. Näistä volatiliteettien eroista voidaan vetää johtopäätös, että valtion obligaatiot ovat käyttäytymiseltään vakaampia ja niissä ei tapahdu yhtä jyrkkiä heilahteluita kuin Euriboreissa. Liitteessä 3 olevasta viiden vuoden valtion obligaation sarjan volatiliteetin kehitystä kuvaavasta käyrästä huomataan, että sen taso on pysynyt korkeammalla kyseisellä aikajaksolla verrattuna muiden korkosarjojen volatiliteetteihin.

6. YKSIKKÖJUURET JA YHTEISINTEGRAATIO

Korkojen aikasarjaominaisuuksien analysointia jatketaan tässä kappaleessa yksikköjuuritestillä ja yhteisintegraatiolla. Edellisissä kappaleissa sarjojen ominaisuuksia tarkasteltiin deskriptiivisesti, kun taas tässä osiossa näitä ominaisuuksia tarkastellaan erilaisten testien avulla. Seuraavissa kappaleissa kerrotaan mikä on näiden testien idea ja mitä niillä pyritään saavuttamaan. Ekonometrisia aikasarjamalleja estimoitaessa on hyvä olla selvillä siitä, minkälaisia ongelmia voi seurata jos data sisältää yksikköjuuren. Esimerkkinä siitä on aiemmin mainittu näennäisregressio. Regressiomallin estimointi epästationaarisilla muuttujilla johtaa siihen, että menetetään informaatiota taustalla olevasta tilastollisesta ja/tai ekonomisesta prosessista joka generoi datan ja näin ollen johtaa näennäisregressioon. Tästä syystä on tärkeää testata yksikköjuurien olemassaoloa, jotta osataan valita tarkoituksen mukainen malli (Harris 1995, s.1).

6.1 Yksikköjuuritesti

Yksikköjuuritestillä testataan aikasarjan integroitumisen astetta, eli sitä kuinka monesti sarjasta pitää ottaa differenssit eli erotukset stationaarisuuden saavuttamiseksi. Seuraava yksinkertainen malli yksikköjuuritestin ymmärtämiselle löytyy Gujaratin kirjasta Basic Econometrics.

Otetaan ensimmäisen asteen autoregressiivinen malli eli AR(1)- malli

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \quad , \tag{11}$$

missä u_t on stokastinen virhetermi, jonka ominaisuuksia ovat nolla keskiarvo ja vakio varianssi. Virhetermistä tehdään myös oletus, ettei siinä esiinny autokorrelaatiota. Tällainen termi tunnetaan myös nimellä valkoinen kohina. Jos Y_{t-1}:n kerroin on 1, niin silloin kohdataan ongelma jota Gujarati kutsuu kirjassaan yksikköjuuriongelmaksi. Eli jos meillä on regressioyhtälö

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t, \tag{12}$$

ja yhtälöstä (12) saatu kerroin ρ = 1, niin stokastisella muuttujalla Y_t on yksikköjuuri. Yksikköjuuren omaavaa ekonometrista aikasarjaa kutsutaan satunnaiskuluksi (random walk). Satunnaiskulku on yksi esimerkki epästationaarisesta aikasarjasta. Satunnaiskulkumallin ensimmäiset differenssit muodostavat stationaarisen aikasarjan. Alla esitetään kaava (12) toisenlaisessa muodossa:

$$\begin{aligned} \Delta Y_t &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \\ &= \gamma Y_{t-1} + u_t \end{aligned}, \tag{13}$$

missä $\gamma = (\rho - 1)$ ja Δ merkitsee ensimmäistä differenssiä, eli $\Delta y_t = (y_t - y_{t-1})$. Jos oletetaan, että $\rho = 1$ eli $\gamma = 0$ niin yhtälö (13) voidaan kirjoittaa muotoon

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) = u_t. \tag{14}$$

Tämä todistaa sen, että satunnaiskulkumallin ensimmäiset differenssit ovat stationaarisia, koska u_t on satunnainen. Aikasarjaa on differoitu kerran ja se on nyt stationaarinen. Eli alkuperäinen sarja on integroitunut asteella 1, merkitään I(1). Vastaavasti jos sarjasta on otettu kaksi erotusta, niin sarja on integroitunut asteella 2, merkitään I(2) (Gujarati 1995, s. 718).

6.2 Dickeyn ja Fullerin testi

On olemassa monia eri testejä yksikköjuuren olemassaolon selvittämiseksi. Dickeyn ja Fullerin testin, eli DF-testin, tapauksessa on testata nollahypoteesia, jossa aikasarja sisältää yksikköjuuren (unit root). Toisin sanoen testataan, onko sarja epästationaarinen. DF-testissä estimoidaan seuraavaa yhtälöä:

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t ,$$

mikä vastaa aiemmassa kappaleessa esitettyä kaavaa (12). Yllä oleva kaava voidaan esittää myös edellisessä kappaleessa esitetyssä muodossa:

$$\Delta y_t = (\rho - 1) y_{t-1} + u_t .$$

Jos $(\rho - 1)$ merkitään γ :llä niin kaava saadaan muotoon:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t .$$

Edellä esitetyissä yhtälöissä virhetermi u_t on riippumattomasti ja identtisesti jakautunut siten, että odotusarvo ja varianssi ovat vakioita (Harris 1995, s. 28). Kumpaakin testin yhtälöistä voidaan testata nollahypoteesilla $\rho = 1$ ja vastahypoteesilla $\rho < 1$. Jälkimmäisen yhtälön etuna pidetään, että siinä voidaan testata hypoteesit $H_0 : \gamma = 0$ ja $H_1 : \gamma < 0$. Tämä helpottaa testien suorittamista jos sen taustalla on monimutkaisempi AR(p)-prosessi (Harris 1995, s. 29).

Perinteinen lähestymistapa hypoteesien testaukseen olisi tehdä t-testi. Jos oletamme datan olevan epästationaarinen luonteeltaan, niin testistä saadut arvot eivät noudata standardin t-jakauman arvoja. Ne noudattavat Dickeyun ja Fullerin laskemia DF-testijaukauman arvoja, jotka on laskettu käyttämällä Monte Carlo -tekniikoita (Harris 1995, s. 29). Kriittiset arvot annetaan nollahypoteesin hylkäämiseen 1%, 5% ja 10% merkitsevyystasoilla. Testiarvot otetaan taulukoista tai ottamalla suoraan ohjelmasta, jolla käytetyt testit lasketaan.

Kaavassa 12 esitetyn mallin käyttäminen vaatii muutamien ennakko oletuksien tekemistä. Siinä ajatellaan että data on saatu yksinkertaisesta AR(1)-prosessista, vakio odotusarvolla ja ettei siihen ole lisätty aikatrendiä. Silloin oletetaan, että datan generoimassa prosessissa ajanhetkellä t=0, sarja $y_t = 0$, koska mallissa ei esiinny deterministisiä muuttujia sarjan keskiarvo johdetaan alkuperäisistä havainnoista yksikköjuurioletuksen vallitessa. Malliin voidaan lisätä deterministisiä komponentteja, esimerkkinä vakio μ, jos ei tiedetä onko y_0 dataprosessissa 0.

$$\Delta y_t = \mu + (\rho - 1) y_{t-1} + u_t \,. \qquad (15)$$

Seuraavassa mallissa on mukana vakion lisäksi aikatrendi:

$$\Delta y_t = \mu + \delta t + (\rho - 1) y_{t-1} + u_t \,, \qquad (16)$$

on mukana aikatrendi δt ja vakio μ. Lisäksi $(\rho - 1)$ on korvattu γ:llä. Jos $\gamma = 0$, niin sarjalla on yksikköjuuri, eli se on silloin epästationaarinen. Kaavan 16 mallia on käytetty DF-testeissä.

6.3 Laajennettu Dickeyn ja Fullerin testi

Tässä tutkielmassa käytetään tavallisen Dickeyn ja Fullerin testin lisäksi laajennettua Dickeyn ja Fullerin testiä, eli ADF-testiä, yksikköjuurten olemassaolon testaamiseen. Tavallisessa DF-testissä oletettiin, että käytetään yksinkertaista AR(1)-prosessia. Jos mallin taustalla Y_t noudattaa monimutkaisempaa AR(p)-prosessia, niin virhetermi u_t on autokorreloitunut kompensoidakseen väärin spesifioitua Y_t:n rakennetta (Harris 1995, s. 32). Erona DF-testiin, missä virhetermin u_t katsotaan olevan autokorreloimaton, on että laajennetussa ADF-testissä asia korjataan lisäämällä siihen viivästettyjä termejä selittävästä muuttujasta. Seuraavassa DF-testin regressio yhtälö:

$$\Delta Y_t = \mu + \delta t + (\rho - 1) Y_{t-1} + u_t \;. \qquad (17)$$

Yhtälössä (17) μ on vakiotermi (constant) ja t kuvaa trendiä. Jos virhetermi u_t on autokorreloitunut, niin edellä olevaa kaavaa täytyy muuttaa lisäämällä yhtälöön selittävän muuttujan viiveitä. Y_t noudattaa p:nnen asteen autoregressiivistä prosessia, jota voidaan merkitä seuraavalla tavalla

$$Y_t = \psi_1 Y_{t-1} + \psi_2 Y_{t-2} + ... + \psi_p Y_{t-p} + u_t . \qquad (18)$$

Vaihtoehtoinen esittämistapa yllä olevalle yhtälölle on

$$\Delta Y_t = \psi^* Y_{t-1} + \psi_1^* \Delta Y_{t-1} + \psi_2^* \Delta Y_{t-2} + ... + \psi_{p-1}^* \Delta Y_{t-p+1} + u_t , \qquad (19)$$

missä $\psi^* = (\psi_1 + \psi_2 + ... + \psi_p) - 1$. Nollahypoteesina on voimassa $\psi^* = 0$, vastahypoteesina vaihtoehto $\psi^* < 0$, tällöin Y_t sisältää yksikköjuuren (Harris 1995, s. 32). Nollahypoteesia testataan vertaamalla saatua t-arvoa DF-testijakauman kriittisiin arvoihin. Testit suoritetaan vakio- ja trendimuuttujan kanssa. Edellä esiteltyä mallia pitää laajentaa, koska ei tiedetä sisältääkö prosessi deterministisiä komponentteja. Mallin muutoksen johdosta testataan hypoteeseja, jossa malli sisältää stokastisen trendin (epästationaarinen) vastaan deterministinen trendi (stationaarinen). Seuraavaksi yhtälö johon on lisätty deterministiset komponentit:

$$\Delta Y_t = \psi^* Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi_i^* \Delta Y_{t-1} + \mu + \gamma t + u_t . \qquad (20)$$

Edellä mainituissa yhtälöissä virhetermi u_t on riippumattomasti ja identtisesti jakautunut (Independently ja indentically distributed, IID), $u_t \sim IID(0,\sigma^2)$.

6.4 Yhteisintegraatio

Taloudellisissa aikasarjoissa esiintyvän epästationaarisuuden vuoksi moniulotteisen aikasarja aineiston mallintaminen saattaa olla hankalaa. Yksi mahdollinen ratkaisu on ottaa viiveitä aikasarjasta kunnes se on stationaarinen. Tämä vaihtoehto ei ole aina hyvä, koska eri sarjoista voidaan joutua ottamaan eri määrä viiveitä, joka johtaa huonoihin tuloksiin esimerkiksi trendiä tarkasteltaessa. Epästationaarisuuden aiheuttamaan ongelmaan pyritään saamaan apua yhteisintegraatiolla. Yhteisintegraatiota käytetään ekonometrian tutkimuksissa laajalti nykypäivänä. (Chatfield 2004, s. 252)

Taloudellisten aikasarjojen mallinnuksessa on tärkeää tietää minkälainen prosessi sarjan tuottaa, eli onko sarjan generoiva prosessi keskiarvoon hakeutuva vai yksikköjuuri-prosessi. Epästationaarista aikasarjaa y_t kutsutaan yksikköjuuriprosessiksi, jos sen ensimmäinen erotus $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ on stationaarinen. Silloin muuttujan astetta voidaan merkitä $y_t \sim I(1)$, toisin sanoen muuttuja on integroitunut asteella yksi.

Kaksi aikasarjaa, X_{1t} ja X_{2t}, voivat molemmat olla epästationaarisia, mutta niiden lineaarinen kombinaatio $X_{1t} - \kappa X_{2t}$ on stationaarinen. Tästä seuraa, että nämä kaksi aikasarjaa sanotaan olevan yhteisintegroituneita. Näin ollen sarjoista ei tarvitse ottaa differenssejä saattaakseen niitä stationaariseksi ja edellä mainittu stationaarinen lineaari-kombinaatio $X_{1t} - \kappa X_{2t}$ voidaan sisällyttää käytettyyn malliin (Chatfield 2004, s. 252).

Seuraavaksi käydään läpi yleisempi määritelmä yhteisintegraatiosta. Sarja X_t on integroitunut asteella *d*, jota merkitään *I(d)*. Se tarkoittaa sitä, että sarjaa on täytynyt integroida *d* kertaa saattaakseen sen stationaariseksi. Jos sarjat X_{1t} ja X_{2t} ovat *I(d)*, niin näiden kahden sarjan lineaarikombinaatio on myös integroitunut asteella *d*. Tapauksessa, jossa löytyy lineaarinen kombinaatio, missä integroitumisen aste on pienempää kuin *d*, *(d-b)*, niin kaksi sarjaa ovat yhteisintegroituneita asteilla *(d-b)*, merkitään YI(*d-b*). Lineaari-kombinaatio voidaan kirjoittaa muotoon $\alpha^T X_t$, missä $X_t^T = (X_{1t}, X_{2t})$ ja α on yhteisintegraatio-vektori. Jos edellä mainitut sarjat X_{1t} ja X_{2t} ovat integroituneita I(1), niin siitä seuraa, että $d=b=1$ ja X_t on muotoa CI(1,1) ja yhteisintegraatio-vektori on näin ollen muotoa, $\alpha^T = (1, -k)$ (Chatfield 2004, s. 252).

Yhteisintegraatio on menetelmänä käyttökelpoinen, koska se antaa mahdollisuuden kuvata stationaarisuussuhteita kahden tai useamman epästationaarisen aikasarjan välillä. Yhteisintegroituvuudella voidaan kuvata muuttujien välisiä pitkän aikavälin teoreettisia ekonomisia suhteita, missä muuttujat eivät voi erkaantua toisistaan rajatta. Jos näin kävisi, voitaisiin sanoa, että muuttujien välillä ei esiinny yhteisintegroituneita suhteita. Silti lyhyellä aikavälillä muuttujien välillä saattaa esiintyä erkaantumista, mutta ajan kuluessa tällainen heilahtelu yleensä katoaa ja tasapainotila palautuu ennalleen (Banerjee 1993, s. 136). Yhteisintegraation testaamiseen tässä työssä käytetään Johansenin monimuuttujamenetelmää. Menetelmä soveltaa suurimman uskottavuuden menetelmää vektoriautoregressiiviseen VAR-malliin.

6.5 Johansenin yhteisintegroituvuus

Johansenin menetelmään tutustutaan määrittelemällä vektori z_t, joka sisältää *n* kappaletta endogeenisia muuttujia[5]. Nyt on mahdollista määrittää rajoittamaton vektoriautoregressiivinen VAR-malli, joka sisältää z_t:n viivästettyjä arvoja viiveeseen *k* saakka (Harris 1995, s. 77). Testin perustana on VAR-malli, joka on muotoa

$$z_t = A_1 z_{t-1} + ... + A_k z_{t-k} + u_t \,, \tag{21}$$

missä z_t on $N \times 1$ vektori epästationaarisista muuttujista ja kukin A_i on parametreista koostuva $N \times N$-matriisi. Tämän tyyppistä VAR-mallia käytetään yhteis-endogeenisten muuttujien dynaamisten suhteiden estimointiin ilman että on asetettu mitään ennakkorajoitteita, kuten jotain tiettyjä rakenteellisia suhteita tai joidenkin muuttujien eksogeenisuutta[6]. Kaava (21) voidaan muuntaa myös vektorivirheenkorjausmuotoon VECM, joka kirjoitetaan

$$\Delta z_t = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + ... + \Gamma_{k-1} \Delta z_{t-k+1} + \Pi z_{t-k} + u_t \,, \tag{22}$$

jossa $\Gamma_i = -(I - A_1 - ... - A_i), \quad i = 1,...,k-1$ ja $\Pi = -(I - A_1 - ... - A_k)$. Määrittelemällä malli edellä esitetyssä muodossa saadaan tietoa sekä lyhyen että pitkän aikavälin muutoksista z_t:n estimaattien $\hat{\Gamma}_i$ ja $\hat{\Pi}$ välityksellä (Harris 1995, s77). Parametri Π voidaan esittää myös muodossa $\Pi = \alpha\beta'$, missä α on sopeutumiskerroinmatriisi, joka sisältää painotuksia siitä, millä virheenkorjaustermit käsittelevät kutakin yhtälöä. Pitkän aikavälin informaatio sisältyy matriisiin β. Matriisissa β olevat kertoimet koostuvat siten, että kaavassa (21) esiintyvä termi $\beta' z_{t-k}$ merkitsee (n-1) yhteisintegraatiovektoria monimuuttujamallissa, joka varmistaa että z_t konvergoituu kohti pitkän aikavälin

[5] Sellaista muuttujaa, joka korreloi mallin virhetermin kanssa, kutsutaan endogeeniseksi muuttujaksi.
[6] Muuttujaa, joka ei korreloi mallin virhetermin kanssa, kutsutaan eksogeeniseksi muuttujaksi.

tasapainotilaa (Harris 1995, s 79). Matriisit α ja β ovat n×r-matriiseja, missä r on matriisin Π aste. Vektori z_t koostuu epästationaarisista ensimmäisen asteen integroituneista I(1) muuttujista. Tällöin kaavan (22) termit, jotka sisältävät Δz_{t-1}, ovat I(0)-muuttujia. Tämän lisäksi termin Πz_{t-k} täytyy olla stationaarinen, jotta virhetermi $u_t \sim I(0)$ olisi "valkoista kohinaa". On kolme tapausta, jolloin termin Πz_{t-k} stationaarisuusoletus täyttyy. Ensiksi termin z_t muuttujat ovat stationaarisia. Toiseksi yhteisintegraatiota ei löydy ollenkaan, mikä tarkoittaa että lineaarikombinaatioita, jotka olisivat I(0), ei löydy z_t:sta. Tästä seuraisi että matriisi Π olisi täynnä nollia. Tässä tapauksessa sopiva malli olisi ensimmäisen differenssin VAR-malli, joka ei sisältäisi pitkän aikavälin elementtejä. Kolmas tapa termille Πz_{t-k} ollakseen I(0) on, kun esiintyy (n-1) yhteisintegroituvuusvektoria $\beta' z_{t-k} \sim I(0)$. Esimerkiksi jos $\beta : ssa$ esiintyisi $r \leq (n-1)$ yhteisintegroituvuusvektoria (eli r kappaletta lineaarisesti riippumatonta saraketta z_t:ta) ja *(n-r)* epästationaarista vektoria. Joten vain yhteisintegraatiovektorit ovat merkityksellisiä, sillä muutoin termi Πz_{t-k} ei olisi I(0). Tämä tarkoittaisi, että loput (n-r) saraketta $\alpha : sta$ olisivat lähellä nollaa. Meillä on siis ongelmana testata sitä, kuinka monta yhteisintegraatiovektoria löytyy β:sta. Yhteisintegraatiovektoreiden määrän löytäminen on ekvivalentti sen kanssa, kuinka monta nollasaraketta löytyy α:sta. Yhteisintegraation testaaminen on siis matriisin Π asteen tarkastelua (Harris 1995, s 79).

Edellä esitetty VECM-malli ei sisältänyt deterministiä komponentteja. Ongelmana on asettaa sopiva viiveiden k määrä varmistaakseen, että residuaalit ovat normaalisia. Kaava (25) voidaan kirjoittaa myös muotoon, joka sisältää sekä vakion että dummy-muuttujia, eli

$$\Delta z_t = \Gamma_1 \Delta z_{t-1} + ... + \Gamma_{k-1} \Delta z_{t-k+1} + \Pi z_{t-k} + \mu + \psi D_t + u_t, \qquad (23)$$

jossa μ on vakio ja D_t kausimuuttuja, joka ottaa vastaa lyhyen aikavälien shokkeja, jotka muuten vaikuttaisivat käytettyyn malliin (Harris 1995, s. 81). Kausimuuttujia lisätään usein varsinkin silloin, jos data on neljännesvuosi tai kuukausiaineistoa.

Johansenin menetelmässä päätelmät yhteisintegroituvuudesta perustuvat siis matriisin Π astelukuun, joka päätellään matriisin ominaisarvoista. Π-matriisin asteluku *r* siis kertoo yhteisintegroituneiden relaatioiden määrän. Jos matriisin asteluku on nolla, niin mallista ei löydy pitkän aikavälin stationaarista relaatiota eli yhteisintegroituneita suhteita. Johansenin menetelmää käytettäessä yhteisintegraatiota voidaan testata kahdella testillä, λ_{trace}- ja $\lambda_{\max}$-testeillä, jotka perustuvat suurimman uskottavuuden lähestymistapaan. λ_{trace}-testissä testataan hypoteesia, että on olemassa enintään *r* kappaletta yhteisintegraatiovektoria (Harris 1995, s. 87). Testisuure saadaan yhtälöstä

$$\lambda_{trace} = -T\sum_{i=r+1}^{n}\log(1-\hat{\lambda}_i), \qquad r = 0,1,2,...,n-2,n-1. \tag{24}$$

$\lambda_{\max}$-testi on niin sanottu suurimman ominaisarvon testi (Harris 1995, s. 88). Siinä nollahypoteesina on, että on olemassa *r* kappaletta yhteisintegraatiovektoria. Vastahypoteesina on, että vektoreita löytyy *r+1* kappaletta. $\lambda_{\max}$-testin testisuure saadaan yhtälöstä

$$\lambda_{\max} = -T\log(1-\hat{\lambda}_{r+1}), \qquad r = 0,1,2,...,n-2,n-1. \tag{25}$$

Yhtälöissä (27) ja (28) *T* tarkoittaa aineiston kokoa ja lambdat ominaisarvoa, jotka on estimoitu Π-matriisista.

Kuten aiemassa luvussa kerrottiin, Shea on esittänyt vuonna 1992 julkaisemassaan artikkelissa, että meillä täytyy olla n kappaletta korkoaikasarjoja, I(1)-prosesseja, niin odotushypoteesin ollessa voimassa pitäisi löytää *n-1* yhteisintegraatiorelaatiota. Aikaisemmin luvussa mainittu yhteisintegraatiovektoreiden lukumäärän *r* täytyisi olla siinä tapauksessa *r=n-1*. Toisin sanoen, kun myöhemmässä kappaleessa tullaan käsittelemään korkoaikasarjoja Johansenin menetelmällä, parittaisten testien kohdalla tulisi löytää yksi yhteisintegroituvuusrelaatio. Kun taas tutkitaan pelkästään Euriboreja, niin yhteisintegroituvien relaatioiden määrä tulisi olla 3, ja vastaavasti koko korkosysteemiä tutkittaessa relaatioita pitäisi olla viisi kappaletta.

7. TULOKSIEN TARKASTELUA

Tässä luvussa esitellään yksikköjuuri- ja yhteisintegraatiotestien tuloksia. Korkoaikasarjojen stationaarisuutta on testattu Dickeyn ja Fullerin testillä (DF-testi) sekä laajennetulla Dickeyn ja Fullerin testillä (ADF-testi). Yhteisintegraatiotestit on suoritettu Johansenin menetelmällä. Yhteisintegraatiotesti on suoritettu ensiksi pareittain, jotta saataisiin selville miten maturiteeteiltaan erisuuruiset korkosarjat käyttäytyvät keskenään. Johansenin menetelmällä suoritettuun testiin on hyväksytty ne muuttujat, jotka ovat epästationaarisia ja samalla asteella integroituneita. Testit on suoritettu myös koko havaintojaksolle. Edellä mainitut empiiriset testit on suoritettu Eviews 5.0 ohjelmalla.

7.1 Yksikköjuuritestin tulokset

DF- ja ADF-testillä on tarkoitus selvittää onko käytetyt aikasarjat epästationaarisia, koska yhteisintegroituvuus on epästationaarisiin muuttujiin liittyvä ominaisuus. Testin yhtälössä on vakion ja trendi-muuttujan lisäksi viiveitä, joiden määrä ADF-testin tapauksessa on määritelty Akaiken informaatiokriteeriä käyttäen. DF-testissä malliin ei ole lisätty viiveitä. ADF-testissä viiveiden maksimi määrä on rajoitettu kuuteen viiveeseen. Kuuden viiveen määrään päädyttiin testaamalla ensiksi suurempia viiveiden määriä (>10). Karsimalla viiveiden määriä pienemmäksi päädyttiin käyttämään aiemmin esitettyä kuuden viiveen määrää. Koko aineiston kattavan yksikköjuuritestin tulokset esitetään taulukoissa 3 ja 4. Sarakkeesta y_t löytyvät tulokset differoimattomille korkosarjoille ja sarakkeesta Δy_t tulokset sarjoille, joista on otettu differenssi kerran.

Taulukko 3. Korkoaikasarjojen DF-testin tulokset.

Korko	y_t	Δy_t
Euribor 1kk	0,20	-6,28
Euribor 3kk	0,76	-4,85
Euribor 6kk	0,30	-4,78
Euribor 12kk	0,10	-5,30
Valtion obligaatio 5v.	-1,27	-6,58
Valtion obligaatio 10v.	-2,33	-7,36

DF-testin kriittiset arvot H_0:n hyväksymiselle 5%:n tasolla -3,46 ja 1%:n tasolla -4,06.
H_0: aikasarja on stationaarinen.

Taulukko 4. Korkoaikasarjojen ADF-testin tulokset.

korko	y_t	viive	Δy_t	viive
Euribor 1kk	-2,23	5	-3,62	2
Euribor 3kk	-0,22	1	-5,33	0
Euribor 6kk	-1,87	3	-4,78	0
Euribor 12kk	-0,98	1	-5,62	0
Valtion obligaatio 5v.	-1,75	1	-6,87	0
Valtion obligaatio 10v.	-2,82	3	-4,25	2

ADF-testin kriittiset arvot H_0:n hyväksymiselle 5%:n tasolla -3,46 ja 1%:n tasolla -4,06.
H_0: aikasarja on stationaarinen.

Taulukoista 3 ja 4 huomataan, että kaikki korko aikasarjat ovat epästationaarisia I(d)-prosesseja, joten ne kelpaavat mukaan yhteisintegraatiotesteihin. Tämä tarkoittaa sitä, että sarjat pitää integroida ainakin d kertaa stationaarisuuden saavuttamiseksi. Tämän johdosta tulee tehdä sama testi uusille muuttujille. Tässä tapauksessa yhden viiveen ottamisen jälkeen kaikki aikasarjat olivat stationaarisia, joten käytetyt sarjat ovat siis integroituneita asteella 1. Ainoana poikkeamana ADF-testin tuloksissa löytyy, että 1 kuukauden Euriborin tapauksessa nollahypoteesi on voimassa vain 5%:n merkitsevyystasolla muiden sarjojen ollessa merkitseviä vielä 1% tapauksessa. Koska korkosarjat ovat integroituneita samalla asteella, niiden välillä voidaan olettaa olevan jonkinnäköinen pitkän aikavälin tasapainotila, joka estää niitä ajautumasta kauaksi toisistaan.

7.2 Yhteisintegraatiotestin tulokset

Yhteisintegraatiotestissä on käytetty mallia, jossa on mukana sekä vakio että kausimuuttuja. Tässäkin testissä on käytetty samoja periaatteita viivepituuksien valinnassa kuin yksikköjuuri testeissä. Viiveiden valinnat on aloitettu suurista viiveiden arvoista, joista on alettu laskeutua pienempiin viiveiden määriin, jotta löydetään sopiva arvo. Mallin viivepituuksien määrittelyssä on käytetty myös Akaiken informaatiokriteeriä, koska näin säilyy testien välillä jonkinasteinen yhteneväisyys viiveiden valinnassa. Testi on suoritettu korkosarjoille pareittain, koska halutaan tarkastella kahden korkosarjan välisiä suhteita ja sitä, löytyykö esimerkiksi lyhyen koron (Euribor) ja pitkän koron (obligaatio) välillä yhteisintegroituneita kombinaatioita. Pareittainen vertailu on tehty myös lyhyiden korkojen sisällä sekä valtion obligaatioiden välillä.

Seuraavaksi esitellään pareittaisten testien tuloksia, jotka on ilmoitettu sekä suurimman ominaisarvon testin että trace-testin tuloksina. Trace-testin tulkinta etenee vaiheittain seuraavalla tavalla. Ensiksi tarkastellaan nollahypoteesia, ei yhteisintegroituvuusvektoreita, edeten vaiheittain hypoteesiin, korkeintaan n kappaletta yhteisintegroituvuusvektoria. Taulukosta 5 löytyy parittaisen testin tulokset. Tämä testi haluttiin suorittaa näillä kahdella maturiteetiltaan lyhimmillä sarjoilla, jotta se antaisi jonkin näköisen vertailukohdan myöhempiä vertailuja ajatellen. Näistä sarjoista yhteisintegroituvuussuhteen luulisi löytyvän mitä todennäköisimmin.

Taulukko 5. Pareittainen vertailu 1kk ja 3kk Euriboreista.

Sarjat: EU1KK, EU3KK Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,36	44,78	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,02	2,06	12,52
Trace-testi indikoi ainakin 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,36	42,72	19,38
Ainakin yksi r ≤ 1	0,02	2,06	12,52
Suurimman ominaisarvon testi indikoi ainakin 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			

Kuten trace- ja ominaisarvotestien tuloksista huomataan, Johansenin yhteisintegroituvuusvektoreiden lukumäärä *r* on kummassakin testissä yksi. Sarjat ovat siis yhteisintegroituneita 5%:n merkitsevyystasolla. Testien arvoja siis tulkitaan seuraavalla tavalla: Jos testistä saatu arvo on pienempi kuin 95%:n kriittinen arvo, niin silloin se ilmaisee yhteisintegraatiorelaation löytyneen. Taulukosta 6 löytyy edellä mainittujen testien vastaavanlaiset tulokset 12kk Euriborille ja 10v valtion obligaatiolle.

Taulukko 6. Pareittainen vertailu 12kk Euribor ja 10v valtion obligaation välillä.

Sarjat: EU12KK, VAOB10V Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,11	14,42	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	3,42	12,52
Trace-testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,11	11,00	19,38
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	3,42	12,52
Suurimman ominaisarvon testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			

Taulukosta 6 ilmenee, että parittain vertaillessa lyhyttä korkosarjaa ja pitkää valtion obligaatiota ei enää löydy yhteisintegroituneita relaatioita. Molempien testien tulokset ovat kriittisiä arvoja pienempiä. Tulos osoittaa, että näiden kahden korkosarjan välille ei löydy pitemmän ajan tasapainosuhdetta ja teoriassa sarjat voisivat erkaantua toisistaan. Samat tulokset saatiin myös muiden Eiribor-korkojen ja valtion obligaatioiden välille. Toinen mielenkiintoinen piirre löytyi valtion obligaatioiden parittaisessa vertailussa. Taulukosta 7 löytyvät kyseisen vertailun tulokset.

Taulukko 7. Pareittainen vertailu valtion obligaatioiden kesken.

Sarjat: VAOB5V, VAOB10V Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,08	11,34	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	3,76	12,52
Trace-testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,08	7,59	19,38704
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	3,76	12,51798
Suurimman ominaisarvon testi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			

Valtion obligaatioiden parittaisen vertailun tuloksista ilmenee, ettei kyseisten korkosarjojen välillä ilmene yhteisintegraatiota. Kuvassa 5 olevia valtion obligaation kuvaavia käyriä tarkastelemalla olisi voinut olettaa niiden välille löytyvän yhteisintegraatiorelaation.

Pareittaisen vertailun lisäksi suoritetaan yhteisintegraatiotestit neljälle Euribor korkosarjalle. Tässä tapauksessa suoritetaan vain trace-testi, koska suurimman ominaisarvo testin antamat tulokset eivät poikenneet trace-testin tuloksista merkittävästi. Testi etenee hypoteesista ”ei yhteisintegraatiovektoreita” päätyen lopuksi hypoteesiin ”korkeintaan kolme yhteisintegraatiovektoria”. Testi on suoritettu samoilla viivemäärillä, kuin parittaiset testit ja mallissa on mukana vakion lisäksi kausimuuttuja.

Taulukko 8. Euribor korkosarjojen trace-testin tulokset.

Sarjat: EU1KK, EU3KK, EU6KK, EU12KK Trace-testi		
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	81,03	63,88
r = 1	37,08	42,92
r = 2	17,90	25,87
r = 3	3,57	12,52
Trace-testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla		

Johansenin trace-testin mukaan Euriborien välillä on yksi yhteisintegroituvuusrelaatio, ei odotusteorian mukaista kolmea yhteisintegraatiorelaatiota. Ominaisarvotesti löysi myös vain yhden yhteisintegraatiorelaation. Seuraavaksi tarkastellaan yhteisintegraatiotestin tuloksia tapauksessa missä testiin on otettu mukaan kaikki kuusi käytettyä korkoaikasarjaa. Tutkitaan korkosarjojen yhteisintegroitumisominaisuuksia trace-testin avulla. Koko korkosysteemin osalta hypoteesit ovat seuraavanlaiset. Nollahypoteesina, ei yhteisintegroituvuusvektoreita päätyen lopulta hypoteesiin, korkeintaan 5 yhteisintegroituvuusvektoria.

Taulukko 9. Koko korkosysteemin trace-testin tulokset.

Sarjat: EU1KK, EU3KK, EU6KK, VAOB5V, VAOB10V Trace-testi		
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	162,19	117,71
r = 1	104,82	88,80
r = 2	69,24	63,87
r = 3	37,22	42,92
r = 4	16,79	25,87
r = 5	5,46	12,52
Trace-testi indikoi 3 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla		

Taulukosta 9 huomataan, että Johansenin trace-testi antaa kaikkien korkosarjojen välille vain kolme yhteisintegraatiorelaatiota halutun viiden sijaan. Nollahypoteesit ovat: ei yhteisintegroituvuus vektoreita, korkeintaan 1 YI-vektori ja korkeintaan 2 YI-vektoria.

8. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää lyhyiden ja pitkien korkojen yhtäläisyyksiä ja eroja. Lisäksi tarkasteltiin, löytyykö sarjojen välillä yhteisintegroituneita suhteita ja kertovatko ne korkosarjojen pitkän aikavälin tasapainosuhteista. Aineistona on käytetty siis Suomen Pankin sivuilta saatuja kuukausi-aineistoja Euribor koroista ja valtion obligaatioista. Korkosarjoissa ilmeneviä eroja tarkasteltiin testien avulla sekä kuvia arvioimalla.

Kuvasta 5 huomattiin, että korkosarjat ovat epästationaarisia ja tämän johdosta todennäköisesti sisältävät yksikköjuuren. Yksikköjuurien toteamiseen käytettiin Dickeyn ja Fullerin testiä sekä laajennettua Dickeyn ja Fullerin testiä. Tällaiset testit on hyvä tehdä ennen kuin siirtyy suorittamaan muita testejä, kuten esimerkiksi yhteisintegraatio-testiä. Kaikki korkosarjat sisälsivät yksikköjuuren ja näin ollen tarvitsivat differoinnin saavuttaakseen stationaarisuuden.

Yhteisintegraatiotesti suoritettiin korkosarjoille pareittain, neljälle Euribor-sarjalle ryhmänä sekä kaikille käytetyille korkosarjoille ryhmänä. Johansenin menetelmästä saadut tulokset olivat odotetun kaltaiset. Parittaisissa testeissä nollahypoteesi ”ainakin yksi yhteisintegroituvuusrelaatio” löytyi kaikkien Euribor korkosarjojen välille. Euriborien ja valtion obligaatioiden välille Johansenin testi ei löytänyt yhteisintegroituvuusrelaatioita. Valtion obligaatioiden olisi voinut samankaltaisuuden perusteella olevan yhteisintegroituneita, mutta testistä saadut tulokset kertoivat muuta, sillä obligaatioiden välille ei löytynyt yhteisintegroituvuusrelaatioita. Tarkastelemalla neljää Euribor-korkosarjaa keskenään löydettiin odotusteorian mukaisen kolmen relaation sijasta vain yksi yhteisintegroituvuusrelaatio. Koko korkosysteemiä kokonaisuutena tarkastellessa odotusteorialle ei löytynyt myöskään empiiristä tukea. Löydettiin vain kolme YI-vektoria halutun viiden yhteisintegroitavuusvektorin sijaan. Näin ollen odotushypoteesi ei saanut tukea työssä käytettyjen korkoaikasarjojen kohdalla koko korkosysteemiä tarkastellessa.

Nykyhetkellä euroalueen korkoja painaa alaspäin USA:n heikot talousnäkymät ja sitä kautta se vaikuttaa myös talousnäkymiin Euroopassa. Euroopassa markkinakorkojen laskun jyrkkyyttä hillitsee tämänhetkinen korkea inflaation taso.

LÄHTEET

Banerjee, A., Dolado, J., Galbraith, J.W. ja Hendry, D.F (1993): *Co-integration, Error-correction, and The Econometric Analysis of Non-Stationary data*. Oxford University Press, Oxford.

Campbell, J.Y. ja Shiller, R.J. (1987): *Cointegration and Tests of Present Value Models*. The Journal of Political Economy, vol. 95, no. 5, s. 1062-1088.

Campbell, J.Y. ja Shiller, R.J. (1991): *Yield spreads and Interest Rate Movements: A Birds Eye View*. The Review of Economic Studies 58, no. 3, s. 495-514.

Chatfield, Chris (2004): *The Analysis of Time Series*. Chapman & Hall, Boca Raton.

Eviews 5 Users Guide. *http://www.nbs.ntu.edu.sg/userguide/Eviews/Eviews5.0/EViews%205%20Users%20Guide.pdf*. Luettu 3.6.2008.

Franses, P. H. ja van Dick, D. (2000): *Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance*. University Press, Cambridge.

Gujarati, D.N. (1995): *Basic Econometrics*. McGraw-Hill, Inc.

Harris, Richard (1995): *Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling*. Prentice Hall, Harvester Wheatsheaf.

Niemelä, Juha (1995): *Odotusteoria ja korkojen aikasarjaominaisuudet*. Turun Yliopisto.

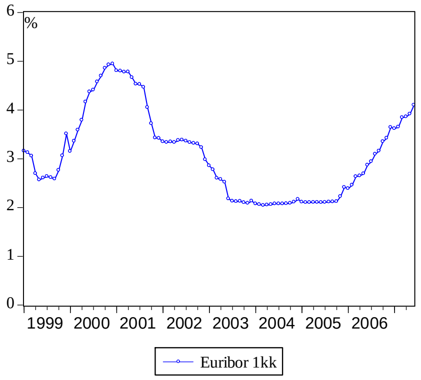
Riskglossary.com: Volatility. *http://www.riskglossary.com/link/volatility.htm*. Luettu 3.6.2008.

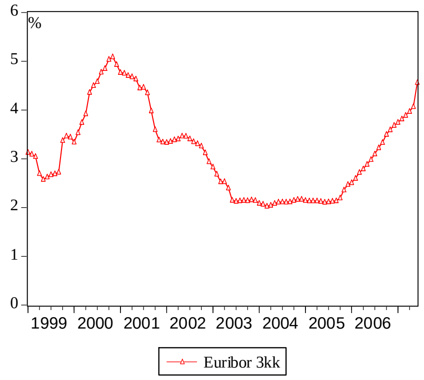
Shea, G.S. (1992): *Benchmarking the Expectation Hypotheses of the Interest-Rate Term Structure: An Analysis of Cointegration Vectors*. Journal of Business and Economic Statistics vol 10, no. 3, s. 347-366.

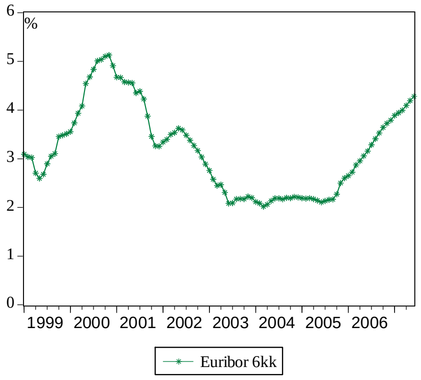
Tuhkanen, Jorma (2006): *Korkokäsikirja sijoittajalle ja lainanottajalle*. Edita, Helsinki.

LIITE 1.

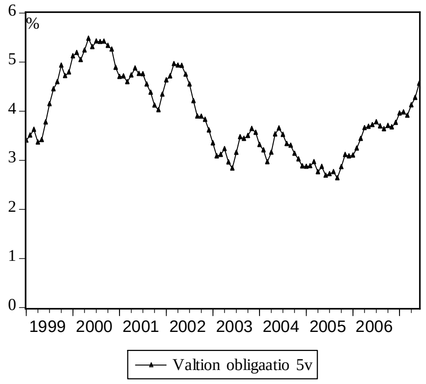
Euribor-korkosarjat 1kk, 3kk, 6kk ja 12kk vuoden 1999 alusta kesäkuuhun 2007 saakka.

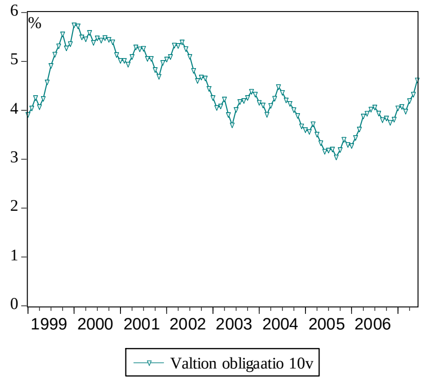






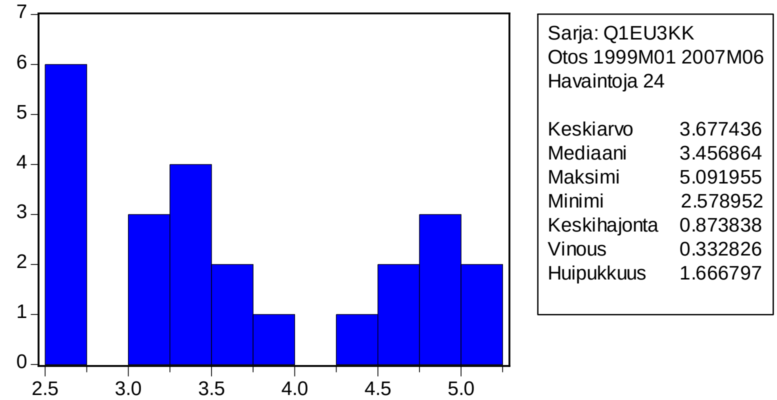
Valtion obligaatiot: 5 vuotta ja 10 vuotta.

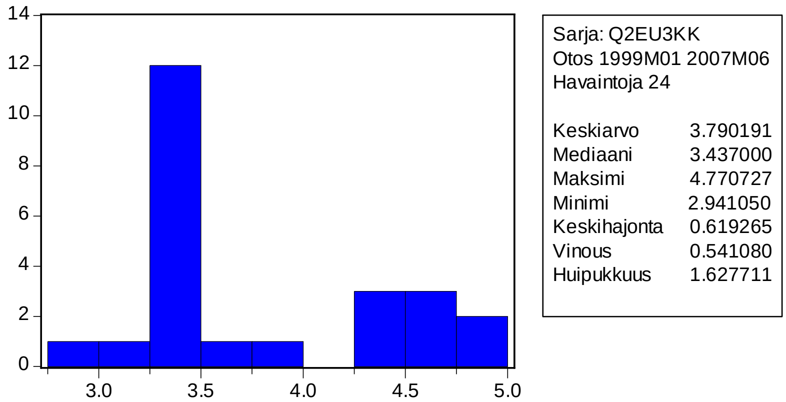


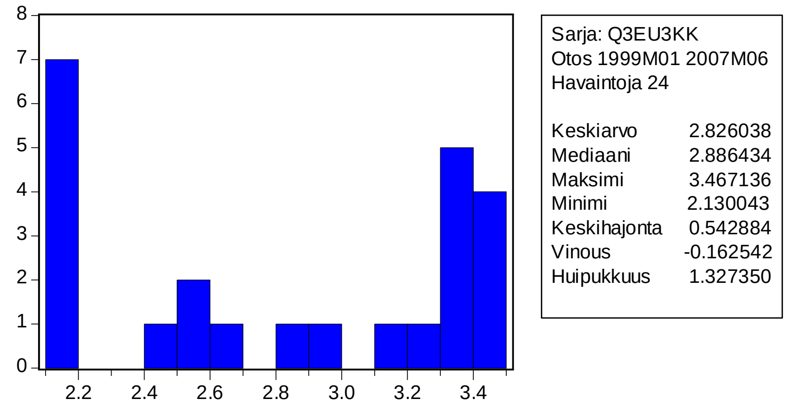


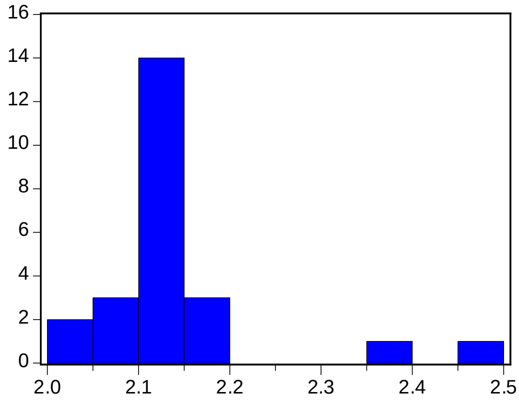
LIITE 2.

Seuraavissa tarkasteluissa 3kk:n euribor on jaettu viiteen osaan/segmenttiin ja tutkitaan näiden eri osien keskiarvoa ja varianssia. Segmenttien tunnuslukuja katsomalla huomataan, että osat 1-3 ja 5 ovat keskiarvoiltaan ja keskihajonnoiltaan samaa kokoluokkaa, kun taas segmentissä 4 huomataan selviä eroja.



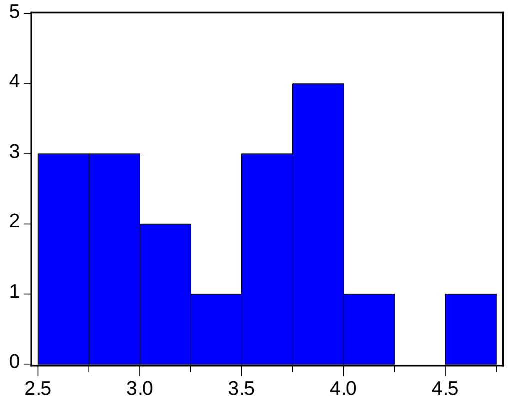






Sarja: Q4EU3KK
Otos 1999M01 2007M06
Havaintoja 24

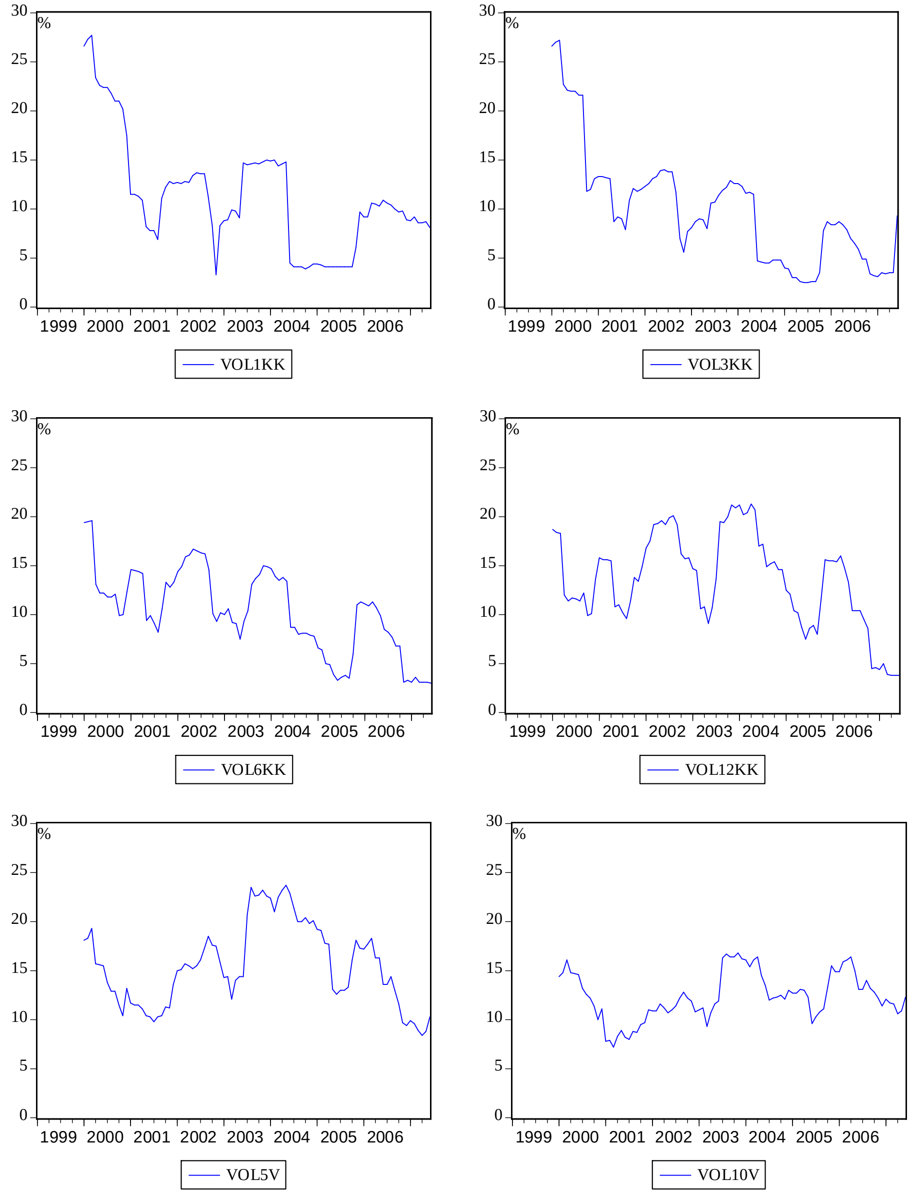
Keskiarvo	2.145530
Mediaani	2.129057
Maksimi	2.473864
Minimi	2.028826
Keskihajonta	0.093209
Vinous	2.306828
Huipukkuus	8.482443



Sarja: Q5EU3KK
Otos 1999M01 2007M06
Havaintoja 18

Keskiarvo	3.389945
Mediaani	3.418690
Maksimi	4.564153
Minimi	2.511682
Keskihajonta	0.574459
Vinous	0.165591
Huipukkuus	2.149136

LIITE 3. Volatiliteetit.



LIITE 4. Yhteisintegraatiotestin tuloksia Euribor-koroille.

Pareittainen vertailu 6kk Euriborin ja 12kk Euriborin välillä.

<table>
<tr><td colspan="4">Sarjat: EU6KK, EU12KK
Trace-testi</td></tr>
<tr><td>Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä</td><td>Ominaisarvo</td><td>Trace-testin arvo</td><td>Kriittinen arvo (95%)</td></tr>
<tr><td>Ei Yhtään* r = 0</td><td>0,22</td><td>24,84</td><td>25,87</td></tr>
<tr><td>Ainakin yksi r ≤ 1</td><td>0,02</td><td>1,73</td><td>12,52</td></tr>
<tr><td colspan="4">Trace-testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla.
* ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla</td></tr>
<tr><td colspan="4">Suurimman ominaisarvon testi</td></tr>
<tr><td>Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä</td><td>Ominaisarvo</td><td>Ominaisarvo-testin arvo</td><td>Kriittinen arvo (95%)</td></tr>
<tr><td>Ei Yhtään* r = 0</td><td>0,22</td><td>23,11</td><td>19,38</td></tr>
<tr><td>Ainakin yksi r ≤ 1</td><td>0,02</td><td>1,73</td><td>12,52</td></tr>
<tr><td colspan="4">Suurimman ominaisarvon testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla.
* ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla</td></tr>
</table>

Pareittainen vertailu 3kk Euriborin ja 6kk Euriborin välillä.

<table>
<tr><td colspan="4">Sarjat: EU3KK, EU6KK
Trace-testi</td></tr>
<tr><td>Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä</td><td>Ominaisarvo</td><td>Trace-testin arvo</td><td>Kriittinen arvo (95%)</td></tr>
<tr><td>Ei Yhtään* r = 0</td><td>0,24</td><td>33,27</td><td>25,87</td></tr>
<tr><td>Ainakin yksi r ≤ 1</td><td>0,07</td><td>6,79</td><td>12,52</td></tr>
<tr><td colspan="4">Trace-testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla.
* ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla</td></tr>
<tr><td colspan="4">Suurimman ominaisarvon testi</td></tr>
<tr><td>Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä</td><td>Ominaisarvo</td><td>Ominaisarvo-testin arvo</td><td>Kriittinen arvo (95%)</td></tr>
<tr><td>Ei Yhtään* r = 0</td><td>0,24</td><td>26,50</td><td>19,38</td></tr>
<tr><td>Ainakin yksi r ≤ 1</td><td>0,07</td><td>6,79</td><td>12,52</td></tr>
<tr><td colspan="4">Suurimman ominaisarvon testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla.
* ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla</td></tr>
</table>

Pareittainen vertailu 1kk Euriborin ja 6kk Euriborin välillä.

Sarjat: EU1KK, EU6KK Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,33	39,96	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,03	2,60	12,52
Trace-testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,33	37,35	19,38
Ainakin yksi r ≤ 1	0,03	2,60	12,52
Suurimman ominaisarvon testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			

Pareittainen vertailu 1kk Euriborin ja 12kk Euriborin välillä.

Sarjat: EU1KK, EU12KK Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,27	32,86	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,02	2,00	12,52
Trace-testi indikoi 0 yhteisintegroituvuusrelaatiota 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,27	30,85	19,38
Ainakin yksi r ≤ 1	0,02	2,00	12,52
Suurimman ominaisarvon testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			

Pareittainen vertailu 3kk Euriborin ja 12kk Euriborin välillä.

Sarjat: EU3KK, EU12KK Trace-testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Trace-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,22	27,65	25,87
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	3,57	12,52
Trace-testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			
Suurimman ominaisarvon testi			
Yhteisintegroituvien relaatioiden määrä	Ominaisarvo	Ominaisarvo-testin arvo	Kriittinen arvo (95%)
Ei Yhtään* r = 0	0,22	24,10	19,38
Ainakin yksi r ≤ 1	0,04	1,73	12,52
Suurimman ominaisarvon testi indikoi 1 yhteisintegroituvuusrelaation 0,05 tasolla. * ilmaisee hypoteesin hylkäyksen 0,05 tasolla			